



## Orde Optimum Model Rantai Markov Curah Hujan Kabupaten Gowa

**Wahidah Sanusi<sup>1</sup>, Alimuddin<sup>2</sup>, Syafruddin Side<sup>3</sup>**

Universitas Negeri Makassar

Email: wahidah.sanusi@unm.ac.id

**Abstrak.** Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan orde optimum model rantai Markov curah hujan harian kabupaten Gowa, dan juga untuk mendapatkan nilai peluang transisi kategori curah hujan harian. Untuk mencapai tujuan tersebut telah digunakan data jumlah curah hujan harian (mm) periode Januari 1996 sampai Desember 2020 dari empat stasiun curah hujan di kabupaten Gowa, yaitu stasiun Sungguminasa, stasiun Bontosallang, stasiun Tinggimae Boka, dan stasiun Sanrobone. Data tersebut diperoleh dari Dinas Sumber Daya Air, Cipta Karya, dan Tata Ruang, Provinsi Sulawesi Selatan. Model yang digunakan adalah model rantai Markov dua state. State yang digunakan adalah tidak hujan dan hujan. Untuk mendapatkan orde optimum diujicobakan sampai orde kelima. Orde optimum diperoleh berdasarkan nilai BIC yang minimum. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa orde optimum model rantai Markov dua state yang diperoleh adalah orde empat untuk semua stasiun hujan kajian di kabupaten Gowa. Model rantai Markov orde empat ini berarti bahwa peluang terjadinya hujan atau tidak pada esok hari akan dipengaruhi oleh keadaan hujan hari ini dan tiga hari sebelumnya.

**Kata Kunci:** BIC, Curah Hujan, Orde, Rantai Markov, State

### PENDAHULUAN

Rantai Markov merupakan suatu proses acak untuk mengetahui sifat-sifat suatu variabel pada saat ini berdasarkan sifat-sifatnya di masa lalu dimana informasi tersebut digunakan untuk memprediksi sifat-sifat variabel tersebut di masa yang akan datang (Siagian, 2003). Dengan kata lain, rantai Markov merupakan proses acak yang mempunyai sifat bahwa informasi kondisi saat ini hanya bergantung pada kondisi satu periode sebelumnya.

Pertama kali, Gabriel dan Neumann (1962) menerapkan model rantai Markov untuk mengetahui sifat hujan harian di Tel. Aviv. Pemodelan distribusi rentetan hari basah (kering) di Semenanjung Malaysia juga telah dikaji oleh Deni dkk. (2009) menggunakan model rantai Markov. Model rantai Markov juga telah diterapkan oleh Garg dan Singh (2010) untuk menentukan nilai probabilitas dan lama keadaan basah

(kering), serta siklus cuaca di Pantnagar, India. Sementara model rantai Markov orde pertama dan homogen juga telah dikaji oleh Sanusi, dkk (2015). Demikian pula Ihsan dkk (2019) telah menggunakan model rantai Markov untuk memprediksi perilaku hujan bulanan kota Makassar.

Sanusi, dkk (2015) dan Ihsan, dkk (2019) telah menggunakan model rantai Markov orde satu yang berarti bahwa keadaan saat ini hanya dipengaruhi oleh keadaan satu periode sebelumnya. Namun demikian tidak menutup kemungkinan bahwa rantai Markov dengan orde yang lebih tinggi merupakan orde yang optimum. Berdasarkan hal tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh orde optimum model rantai Markov curah hujan harian di kabupaten Gowa, dan untuk memperoleh probabilitas transisi keadaan hujan atau tidak hujan ke keadaan yang sama atau lainnya di kabupaten Gowa.

## **METODE PENELITIAN**

### **Sumber Data**

Penelitian ini menggunakan data curah hujan harian dari empat stasiun pengukur hujan di kabupaten Gowa selama 25 tahun, yaitu dari tahun 1996 hingga 2020. Keempat stasiun hujan tersebut adalah stasiun Sungguminasa, stasiun Bontosallang, stasiun Tinggimae Boka, dan stasiun Sanrobone. Data tersebut disediakan oleh Dinas Sumber Daya Air, Cipta Karya, dan Tata Ruang, Provinsi Sulawesi Selatan.

### **Permodelan Rantai Markov**

Tabel 1. Kriteria hujan harian

Jumlah curah hujan (mm)	Kriteria hujan
0	Berawan
0.5-20	Hujan ringan
20-50	Hujan sedang
50-100	Hujan lebat
100-150	Hujan sangat lebat
> 150	Hujan ekstrim

Sumber: BMKG, 2022.

Dalam penelitian ini, kata "keadaan (*state*)" di dalam model rantai Markov merujuk kepada dua kategori curah hujan harian. Kategori ini merupakan modifikasi dari Tabel 1, yaitu kategori "Tidak hujan" untuk jumlah curah hujan harian kurang dari 0.5 mm, dan kategori "Hujan" untuk jumlah curah hujan harian minimal 0.5 mm.

Langkah-langkah yang dilakukan, sebagai berikut:

1. Menyusun matriks probabilitas transisi kategori hujan untuk setiap stasiun. Secara umum, probabilitas transisi untuk orde ke- $r$  ( $r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ) model rantai Markov homogen diberikan pada Persamaan (1)

$$p_{s_1 \dots s_{r+1}} = \text{Prob}(X_t = s_{r+1} | X_{t-1} = s_r, \dots, X_{t-r} = s_1), \quad s = 0, 1. \quad (1)$$

dengan  $0 \leq p_{s_1 \dots s_{r+1}} \leq 1$  dan  $\sum_{s_{r+1}=1}^2 p_{s_1 \dots s_{r+1}} = 1$ .

Nilai estimasi Persamaan (1) diperoleh melalui estimasi kemungkinan maksimum, seperti yang diberikan pada Persamaan (2)

$$\hat{p}_{s_1 \dots s_{r+1}} = \frac{n_{s_1 \dots s_{r+1}}}{n_{s_1 \dots s_r}} \quad (2)$$

dengan  $n_{s_1 \dots s_{r+1}}$  merupakan jumlah transisi dari keadaan  $s_1$  kepada keadaan  $s_2$ , dari keadaan  $s_2$  kepada keadaan  $s_3$ , dan sehingga dari keadaan  $s_r$  kepada keadaan  $s_{r+1}$ , dengan  $s_{r+1}$  merupakan keadaan sekarang; dan

$$n_{s_1 \dots s_r} = \sum_{s_{r+1}=1}^4 n_{s_1 \dots s_{r+1}}.$$

2. Menentukan nilai rasio kemungkinan maksimum. Nilai rasio kemungkinan maksimum dihitung menggunakan Persamaan (3) berikut:

$$n_{k,r} = -2 \ln \lambda_{k,r} \quad (3)$$

di mana  $\lambda_{k,r}$  adalah rasio dari Persamaan (2) untuk orde  $k$  dan  $r$ ,  $k < r$ ,  $k=0,1,\dots,(r-1)$ .

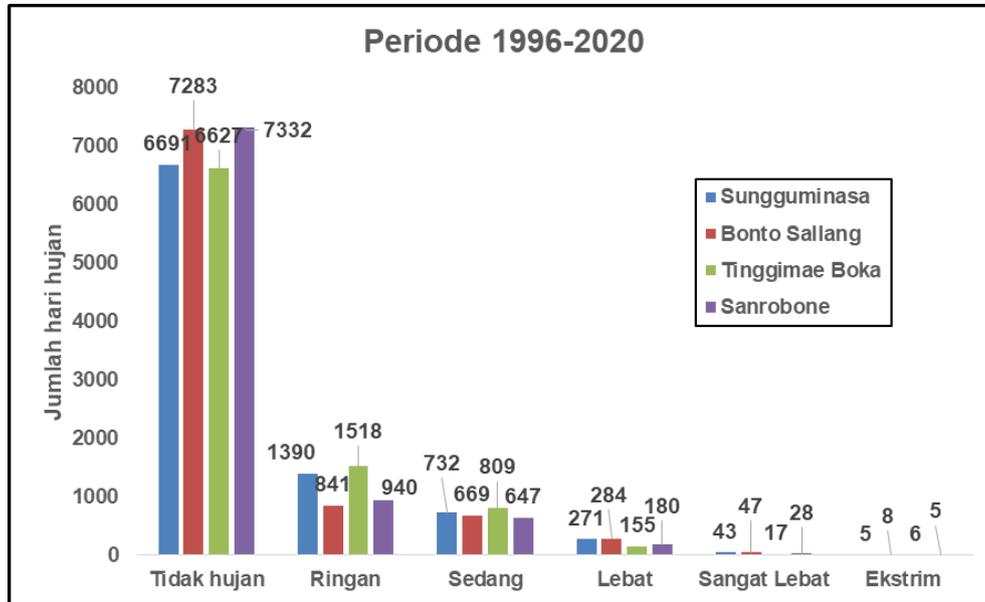
3. Menentukan nilai BIC. Nilai BIC dihitung menggunakan Persamaan (4)

$$BIC(k) = n_{k,r} - v \ln(n) \quad (4)$$

di mana  $n$  adalah ukuran sampel dan  $v = (2^r - 2^k)$ .

4. Menentukan orde optimum model rantai Markov berdasarkan nilai BIC yang minimum.
5. Menentukan nilai probabilitas transisi kategori hujan berdasarkan model rantai Markov orde optimum.

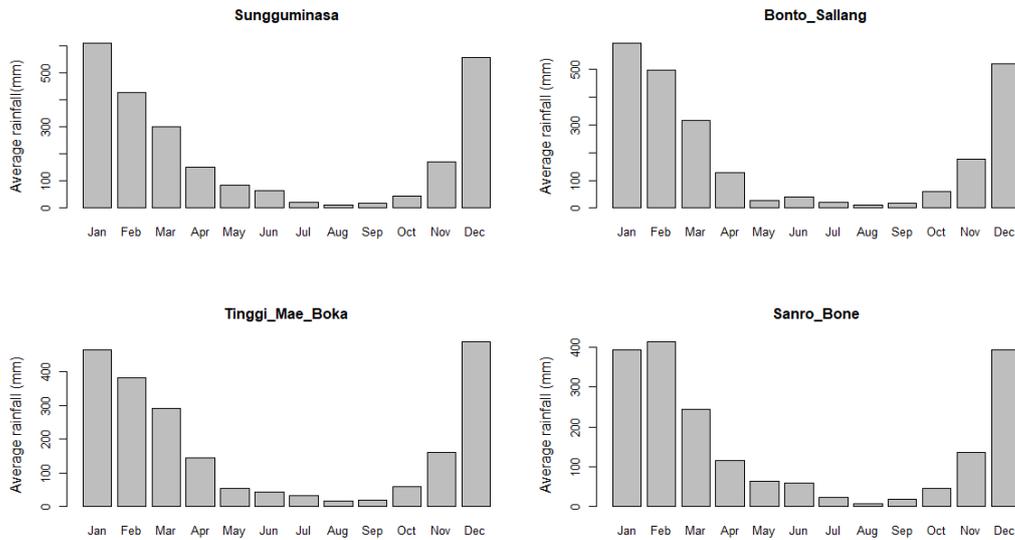
## HASIL DAN PEMBAHASAN



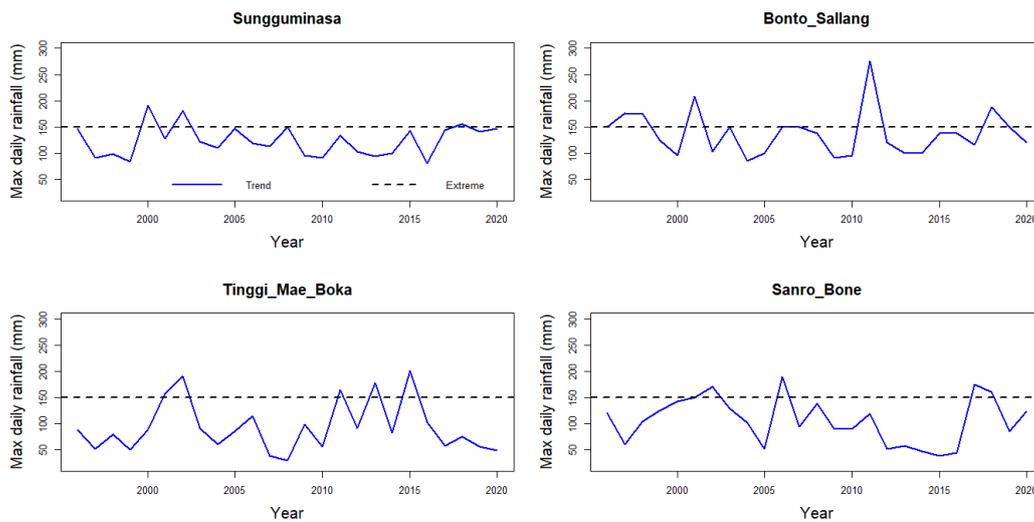
Gambar 1. Jumlah hari hujan berdasarkan kategori hujan harian

Gambar 1 memperlihatkan bahwa terjadi penurunan frekuensi hari hujan dari kategori tidak hujan sampai kategori ekstrim. Gambar 1 ini menunjukkan bahwa pada umumnya di empat stasiun hujan tersebut mengalami kondisi tidak hujan. Hujan ringan, dan sedang sering terjadi di stasiun Tinggimae Boka, sementara hujan lebat, sangat lebat, dan ekstrim sering terjadi di stasiun Bontosallang. Hujan lebat, apalagi hujan ekstrim yang sering terjadi dan dalam durasi yang lama, tentunya perlu perhatian khusus untuk menanganinya, sehingga dampak buruk yang akan ditimbulkan kepada manusia atau pun makhluk hidup lainnya dapat dihindari.

Gambar 2 menunjukkan bahwa semua stasiun hujan mempunyai pola rataan hujan bulanan yang sama, yaitu mempunyai jumlah curah hujan yang tinggi pada bulan Januari, Februari, Maret dan Desember. Sebaliknya, mempunyai jumlah curah hujan yang rendah pada bulan Juli, Agustus, dan September. Pola hujan di kabupaten Gowa merupakan pola curah hujan monsoon atau monsunial (unimodal) dimana pola tersebut membedakan antara musim hujan dan musim kemarau (Molle & Larasati, 2020). Musim hujan terjadi sekitar bulan Desember sampai Maret, dimana puncaknya pada bulan Desember-Januari. Sementara musim kemarau terjadi sekitar bulan Juli sampai September. Pada saat musim hujan, bumi akan menerima limpahan curahan hujan yang berlebih, sehingga diperlukan suatu usaha atau penanganan untuk menampung curahan hujan tersebut yang nantinya dapat digunakan ketika terjadi musim kemarau.



Gambar 2. Rata-rata hujan bulanan periode 1996-2020



Gambar 3. Hujan harian maksimum tahunan periode 1996-2020

Berdasarkan Gambar 3, kita dapat melihat bahwa hujan harian maksimum mempunyai pola yang berfluktuasi. Gambar 3 ini juga memperlihatkan bahwa semua stasiun hujan pernah mengalami kondisi ekstrim, yaitu menerima curahan hujan lebih dari 150 mm sehari. Namun demikian kondisi tersebut tidak melebihi 10 kali selama periode 1996-2020.

Tabel 2. Nilai Rasio Kemungkinan Maksimum dan BIC Setiap Orde

Orde	Sungguminasa		Bontosallang		Tinggimae Boka		Sanrobone	
	RKM	BIC	RKM	BIC	RKM	BIC	RKM	BIC
0	2344.2	2344.2	2426.8	2426.8	2609.0	2609.0	2496.4	2496.4
1	2347.1	504.8	2458.9	129.9	2624.0	451.5	2510.3	71.5
2	947.0	176.0	601.4	-143.4	905.9	122.1	524.7	-101.9
3	600.0	-125.3	309.9	-258.6	558.2	-49.7	333.1	-219.8
		-		-		-		-
4	262.3	<b>173.2</b>	158.2	<b>261.1</b>	350.0	<b>199.5</b>	178.7	<b>260.6</b>
5	141.4	-168.7	82.7	-198.0	127.3	-180.8	64.9	-179.7

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh bahwa semua stasiun mempunyai nilai BIC yang minimum pada orde ke-4, sehingga orde inilah yang merupakan orde optimum model Rantai Markov untuk setiap stasiun tersebut. Rantai Markov orde 4 berarti bahwa kejadian hujan besok atau tidak akan dipengaruhi oleh kejadian hujan atau tidak hari ini, dan keadaan tiga hari sebelumnya.

Tabel 3. Nilai Probabilitas Transisi Keadaan Tidak Hujan

$X_{t-3}$	$X_{t-2}$	$X_{t-1}$	$X_t$	$\Pr(X_{t+1} = 0   X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3})$			
				$St-1$	$St-2$	$St-3$	$St-4$
0	0	0	0	0.92	0.94	0.92	0.94
0	0	0	1	0.64	0.61	0.64	0.51
0	0	1	0	0.75	0.78	0.75	0.81
0	0	1	1	0.50	0.47	0.45	0.44
0	1	0	0	0.67	0.82	0.73	0.80
0	1	0	1	0.50	0.46	0.51	0.40
0	1	1	0	0.62	0.73	0.66	0.73
0	1	1	1	0.32	0.30	0.32	0.40
1	0	0	0	0.76	0.82	0.70	0.80
1	0	0	1	0.53	0.54	0.52	0.46
1	0	1	0	0.66	0.73	0.66	0.76
1	0	1	1	0.38	0.36	0.23	0.35
1	1	0	0	0.64	0.74	0.68	0.74
1	1	0	1	0.42	0.42	0.40	0.41
1	1	1	0	0.57	0.67	0.67	0.69
1	1	1	1	0.28	0.24	0.24	0.26

Tabel 3 dan Tabel 4, menginformasikan bahwa di kabupaten Gowa, jika hari ini tidak hujan, maka kemungkinan besar, besok juga tidak akan hujan, meskipun dua

atau tiga hari sebelumnya hujan atau pun tidak. Sementara jika hari ini hujan dan dua atau tiga hari sebelumnya berturut-turut hujan, maka kemungkinan besar besok juga akan hujan.

Tabel 4. Nilai Peluang Transisi Keadaan Hujan

$X_{t-3}$	$X_{t-2}$	$X_{t-1}$	$X_t$	$\Pr(X_{t+1} = 1   X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3})$			
				$St-1$	$St-2$	$St-3$	$St-4$
0	0	0	0	0.08	0.06	0.08	0.06
0	0	0	1	0.36	0.39	0.36	0.49
0	0	1	0	0.25	0.22	0.25	0.19
0	0	1	1	0.50	0.53	0.55	0.56
0	1	0	0	0.33	0.18	0.27	0.20
0	1	0	1	0.50	0.54	0.49	0.60
0	1	1	0	0.38	0.27	0.34	0.27
0	1	1	1	0.68	0.70	0.68	0.60
1	0	0	0	0.24	0.18	0.30	0.20
1	0	0	1	0.47	0.46	0.48	0.54
1	0	1	0	0.34	0.27	0.34	0.24
1	0	1	1	0.63	0.64	0.77	0.65
1	1	0	0	0.36	0.26	0.32	0.26
1	1	0	1	0.58	0.58	0.60	0.59
1	1	1	0	0.43	0.33	0.33	0.31
1	1	1	1	0.72	0.76	0.76	0.74

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa kabupaten Gowa mempunyai pola hujan monsun dimana puncak hujan terjadi pada bulan Desember dan Januari, sementara musim kemarau terjadi sekitar bulan Juli sampai September. Berdasarkan curah hujan harian maksimum diperoleh bahwa kabupaten Gowa pernah mengalami hujan ekstrim, meskipun itu jarang terjadi. Untuk semua stasiun hujan kajian di kabupaten Gowa, orde optimum model rantai Markov dua state yang diperoleh adalah orde empat, dimana model rantai Markov orde empat ini berarti bahwa peluang terjadinya hujan atau tidak pada esok hari akan dipengaruhi oleh keadaan hujan hari ini dan tiga hari sebelumnya. Hasil ini menginformasikan bahwa jika hari ini tidak hujan, maka kemungkinan besar, besok juga tidak akan hujan, meskipun dua atau tiga hari sebelumnya hujan. Sementara jika hari ini hujan dan dua atau tiga hari sebelumnya berturut-turut juga hujan, maka kemungkinan besar besok juga akan hujan.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Bapak Rektor Universitas Negeri Makassar, Bapak Ketua LP2M dan Bapak Direktur Program Pascasarjana UNM atas bantuan biaya penelitian yang diberikan. Penelitian ini merupakan hibah PNB Program Pascasarjana (PPS) yang dibiayai oleh DIPA UNM dengan Nomor Kontrak: 1024/UN36.11/LP2M/2022. Ucapan terima kasih pula kepada staf Dinas Sumber Daya Air, Cipta Karya, dan Tata Ruang, Provinsi Sulawesi Selatan, atas penyediaan data bagi penelitian kami.

## REFERENSI

- BMKG, 2022, *Probabilistik Curah Hujan 24 Jam*.  
[https://www.bmkg.go.id/cuaca/probabilistik-curah-hujan.bmkg#:~:text=0.5%20%E2%80%93%20mm%2Fhari%20,\(merah\)%20%3A%20Hujan%20sangat%20lebat](https://www.bmkg.go.id/cuaca/probabilistik-curah-hujan.bmkg#:~:text=0.5%20%E2%80%93%20mm%2Fhari%20,(merah)%20%3A%20Hujan%20sangat%20lebat.). Diakses pada 25 Februari 2022.
- Deni, S. M., Jemain, A.A. & Ibrahim, K. 2009. Fitting optimum order of Markov Chain models for daily rainfall occurrences in Peninsular Malaysia. *Theor. Appl Climatol*, 97: 109-121.
- Garg, V.K. & Singh, J.B. 2010. Three-state Markov chain approach on the behavior of rainfall. *New York Science journal*, 3(12): 76-81.
- Ihsan, H, Sanusi, W., & Hasriani. 2019. Peramalan Pola Curah Hujan Di Kota Makassar Menggunakan Model Rantai Markov. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 2(1): 19 - 30.
- Molle, B.A., & Larasati, A.F. 2020. Analisis Anomali Pola Curah Hujan Bulanan Tahun 2019 terhadap Normal Curah Hujan (30 Tahun) Di Kota Manado dan Sekitarnya. *Jurnal Meteorologi Klimatologi dan Geofisika*, 7(1): 1-8.
- Sanusi, W., Jemain, A. A. & Zin, W.Z.W. 2015. The drought characteristics using the first-order homogeneous Markov chain of monthly rainfall data in Peninsular Malaysia. *Water Resources Management*, 29 (5): 1523-1539
- Siagian, P. 2003. *Penelitian Operasional Teori dan Praktek*. Jakarta: UIP.