

Metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linear Ganda (Kasus: Data Kemiskinan Kota Makassar Tahun 2017)

Aditio Putra G.*, Muhammad Arif Tiro, Muhammad Kasim Aidid

Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar, Indonesia

Keywords: Regression, resampling, bootstrap, jackknife

Abstract:

The Ordinary least squares method is a standard method for estimating the parameter values of a linear regression model. The method is built based on error assumptions that are identical and independent, and are normally distributed. If the assumptions are not met, this method is not accurate. The alternative to overcome this is to use the resampling method. The resampling method used in this study are bootstrap and jackknife methods. First, estimation of regression parameter values for analysis of poverty data in Makassar City in 2017. The data is secondary data obtained from the BAPPEDA of Makassar City. From the classic assumption test, it is obtained that the model is not homoscedastic and residual is not normally distributed so that the regression model obtained cannot be accounted for. Bootstrap and jackknife methods are introduced here using the R program to find the value of the bias and the standard error values. Parameter estimation of multiple linear regression models from Bootstrap resampling method with $B=200$, $B=500$ and jackknife deleted-1 resampling method obtained regression models. The results obtained in this study, Jackknife method is an efficient method compared with the bootstrap method, this is supported by the small standard level error and bias in resulting value.

1. Pendahuluan

Analisis statistika pada dasarnya merupakan suatu analisis terhadap sampel yang kemudian hasilnya akan digeneralisasi untuk menggambarkan suatu karakteristik populasi. Salah satunya analisis regresi, merupakan studi yang menjelaskan dan mengevaluasi hubungan antara suatu peubah bebas dengan satu peubah terikat untuk tujuan menaksir atau meramalkan nilai peubah terikat didasarkan pada nilai peubah bebas yang diketahui. Dalam analisis regresi terdapat sampel minimal yang harus dipenuhi agar data dapat dianalisis menggunakan regresi. Semakin besar sampel dari besarnya populasi yang ada adalah semakin baik, akan tetapi ada jumlah batas minimal yang harus diambil oleh peneliti yaitu sebanyak 30 sampel. Sebagaimana dikemukakan oleh Baley dalam Mahmud (2011) yang menyatakan bahwa untuk penelitian yang menggunakan analisis data statistik, ukuran sampel paling minimum adalah 30.

Dalam praktiknya, peneliti sering dihadapkan pada permasalahan hanya mendapatkan jumlah sampel yang kecil dalam suatu pemodelan dan dikhawatirkan parameter yang diperoleh bias, *underestimate* atau *overestimate*. Masalah lain yang sering muncul yaitu, distribusi sampling tidak selalu memenuhi distribusi normal dan biasanya memerlukan penurunan formulasi analitis yang sulit dilakukan sehingga dapat menyebabkan akurasi estimatornya tidak valid.

* Corresponding author.

E-mail address: aditio.putra@gmail.com



Padahal estimator yang baik itu sendiri adalah estimator yang memiliki sifat tak bias (*unbiased*), efisien, dan konsisten.

Metode standar yang umum digunakan dalam menaksir parameter model regresi adalah metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*). Adapun estimator yang didapatkan adalah estimator tak bias. Hal tersebut hanya berlaku jika asumsi-asumsi dasar dari metode kuadrat terkecil terpenuhi dan dibutuhkan sampel yang besar agar mendapat variansi estimator yang tepat dan terkadang asumsi tersebut sulit terpenuhi sehingga metode tersebut tidak dapat digunakan, apabila dipaksakan maka penduga model yang diperoleh tidak akurat. Masalah yang sering dihadapi tersebut dapat diatasi dengan berbagai metode, diantaranya menggunakan metode *resampling*. Penggunaan metode tersebut dengan bantuan teknologi komputer. Perkembangan metode statistika dalam menghitung keakuratan dari sebuah estimator. Hal ini dibuat untuk mengaplikasikan ide-ide teori statistika secara fleksibel, cepat, mudah dan dengan asumsi yang minimum.

Metode yang paling populer digunakan adalah metode *bootstrap* dan metode *jackknife*. Adapun metode *jackknife* yaitu suatu metode nonparametrik untuk menaksir bias yang diperkenalkan oleh Quenouille pada tahun 1949. Selain dengan metode *jackknife*, terdapat metode *bootstrap* yang merupakan modifikasi dari metode *Jackknife* yang diperkenalkan oleh Efron untuk menaksir parameter dari sebaran yang tidak diketahui bentuknya pada pertengahan 1970.

Metode *bootstrap* adalah metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian pada datanya dalam menyelesaikan statistik ukuran suatu sampel dengan harapan sampel tersebut mewakili data populasi sebenarnya, biasanya ukuran *resampling* diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data populasinya. Sedangkan metode *jackknife* juga cukup populer dalam menyelesaikan masalah taksiran parameter dengan tingkat akurasi yang baik, dengan menghapus beberapa observasi sampel asli.

Penelitian sebelumnya yang membahas tentang metode *bootstrap* adalah Nur Handayani (2009) dengan judul Estimasi Parameter Regresi Linear Menggunakan Metode *Bootstrap*. Sedangkan penelitian sebelumnya yang membahas tentang metode *jackknife* adalah Desi (2015) dengan judul Estimasi Parameter Regresi Linear Berganda Menggunakan Metode *Jackknife*. Pada penelitian sebelumnya masih terbatas untuk masing-masing metode. Selain itu pada penelitian Iesyah Rodliyah (2016) dengan judul Perbandingan Metode *Bootstrap* dan *Jackknife* Dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linier Berganda. Dimana penelitian tersebut membandingkan dengan metode *General Least Square* yang hanya fokus pada penyimpangan asumsi homoskedastisitas. Sedangkan pada penelitian ini menggunakan metode *bootstrap* dengan *jackknife* untuk mengetahui masing-masing metode untuk taksiran parameter regresi linear ganda dengan penerapan kasus yaitu pada data kemiskinan kota Makassar tahun 2017.

2. Metode Penelitian

Dalam menganalisis data penelitian ini, penulis menyusun langkah-langkah sebagai berikut :

1. Melakukan penginputan data kemiskinan Kota Makassar Tahun 2017 pada *software* R Studio yang digunakan.
2. Melakukan analisis regresi linear ganda
 - a. Menaksir parameter menggunakan metode OLS
 - b. Membentuk model regresi linear ganda
3. Menaksir parameter regresi dengan metode *resampling bootstrap*, yaitu :
 - a. Mengambil sampel dari data yang diperoleh dengan pengembalian sebanyak n data dan diulang sebanyak B kali.
 - b. Menghitung taksiran metode kuadrat terkecil untuk sampel *bootstrap* sebanyak B_n kali
 - c. Dikonstruksikan distribusi empiris untuk $\hat{\beta}_{(B1)}, \hat{\beta}_{(B2)}, \dots, \hat{\beta}_{(Bn)}$ yaitu $\hat{F}_{(B)}$ kemudian menghitung mean dari distribusi empiris tersebut
4. Menaksir parameter regresi dengan metode *resampling jackknife*, sebagai berikut:
 - a. Mengambil satu kali sampel acak sebanyak data dengan pengembalian. Dari sampel acak tersebut, kemudian dilakukan regresi sebanyak J kali, dimana n adalah banyaknya data dengan menghilangkan data ke- i untuk setiap regresinya, sehingga terdapat $n-1$ di setiap melakukan regresi.
 - b. Dilakukan taksiran koefisien regresi untuk n sampel *jackknife*, sehingga diperoleh $\hat{\beta}_{j1}, \hat{\beta}_{j2}, \dots, \hat{\beta}_{jn}$

- c. Menghitung taksiran *jackknife* untuk koefisien regresi sebagai mean dari distribusi empiris \hat{F}_J
5. Membandingkan hasil dari metode regresi *Bootstrap* dan *Jackknife* dengan hasil taksiran parameter regresi metode *OLS*. Dengan menggunakan kriteria model terbaik yaitu MSE.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Analisis Deskriptif

Data kemiskinan kota Makassar tahun 2017 dengan menggunakan unit sampel kelurahan sebanyak 143 kelurahan. Dengan peubah dependen yaitu Persentase Rumah Tangga Miskin (Y) dan 14 peubah independen (X). Tabel 3.1 menunjukkan hasil analisis deskriptif dari masing-masing peubah. Berdasarkan nilai minimum, maksimum, rata-rata dan standar deviasi.

Tabel 1 Statistika Deskriptif Data Kemiskinan Kota Makassar Tahun 2017 (N=143)

Peubah	Min	Max	Mean	Standar Deviasi
Y	1,59	37,72	7,79	4,58
X ₁	1,09	93,10	28,01	15,13
X ₂	0,17	18,71	3,27	2,82
X ₃	0,00	89,01	21,33	17,62
X ₄	0,00	73,62	15,26	13,87
X ₅	1,42	72,36	31,25	15,25
X ₆	0,00	82,42	10,80	15,97
X ₇	0,00	15,78	0,91	1,62
X ₈	0,00	11,68	1,03	1,87
X ₉	0,00	16,67	2,79	2,63
X ₁₀	0,00	34,72	15,84	6,94
X ₁₁	2,10	74,17	18,90	10,3
X ₁₂	8,79	21,73	48,84	22,39
X ₁₃	0,00	22,87	9,26	4,18
X ₁₄	8,79	96,10	46,54	17,16

Berdasarkan Tabel 1, analisis deskriptif untuk masing masing peubah tersebut menjelaskan bahwa di kota Makassar terdapat sebanyak 143 kelurahan pada tahun 2017. Meskipun saat ini, terjadi pemekaran kelurahan sebanyak 10 kelurahan. Ditinjau dari masing masing peubah yang mempengaruhi persentase rumah tangga miskin di kota Makassar. Ada beberapa peubah yang memiliki nilai minimum sebesar 0,00 diantaranya X₃, X₄, X₆, X₇, X₈, X₉, X₁₀ dan X₁₃. Sementara untuk nilai maksimum yaitu peubah X₁₄ sebesar 96,10. Dan untuk nilai rata-rata paling kecil yaitu peubah X₇ sebesar 0,91 sedangkan rata-rata terbesar yaitu peubah X₁₂ sebesar 48,84.

3.2. Taksiran Parameter Regresi Linear Ganda Menggunakan Metode Kuadrat Terkecil

Tabel 2 Hasil Analisis Regresi Linear Ganda

Peubah	Koefisien Regresi (β)	Kesalahan Baku	t-hitung	p-value
Konstanta	7,267	1,773	4,097	7,37e ⁻⁰⁵
X ₁	-0,032	0,027	-1,180	0,2402
X ₂	-0,215	0,149	-1,440	0,1522
X ₃	-0,011	0,028	-0,389	0,6978
X ₄	0,005	0,038	0,148	0,8828
X ₅	0,011	0,027	0,397	0,6919
X ₆	0,051	0,026	1,907	0,0588
X ₇	-0,154	0,237	-0,651	0,5164
X ₈	0,184	0,211	0,873	0,3846
X ₉	-0,201	0,155	-1,292	0,1986

Peubah	Koefisien Regresi (β)	Kesalahan Baku	t-hitung	p-value
X_{10}	-0,041	0,057	-0,715	0,4761
X_{11}	0,016	0,042	0,388	0,6988
X_{12}	0,012	0,022	0,545	0,5866
X_{13}	-0,003	0,196	-0,016	0,9872
X_{14}	0,036	0,052	0,695	0,4881
Adj R^2	= 0,1586	R^2	= 0,2416	
F-hitung	= 2,912	dF	= 14 dan 128	
p-value	= 0,0007			

Berdasarkan hasil olah data dengan menggunakan software R pada tabel 4.2 diperoleh persamaan regresi sebagai berikut:

$$Y = 7,26 - 0,03X_1 - 0,21X_2 - 0,01X_3 + 0,005X_4 + 0,01X_5 + 0,05X_6 - 0,15X_7 + 0,18X_8 - 0,20X_9 - 0,04X_{10} + 0,01X_{11} + 0,01X_{12} - 0,003X_{13} + 0,03X_{14}$$

Kemudian dilanjut dengan uji asumsi klasik sebagai berikut :

1. Normalitas

Tabel 3 Uji Normalitas

Normalitas	D	P-Value
Kolmogrov-Smirnov	0,3164	$7,36e^{-13}$

Dari hasil uji normalitas dengan menggunakan statistik uji *Kolmogrov Smirnov* diperoleh nilai p-value $7,36e^{-13} < 0,05$ artinya residual tidak berdistribusi normal. Hal tersebut dapat dilihat di tabel 3.3.

2. Homoskedastis

Tabel 4 Uji Homoskedastis

Homoskedastis	BP	Df	P-Value
Breusch-Pagan	93,28	14	$9,07e^{-14}$

Berdasarkan tabel 3.4 dapat dilihat bahwa nilai tersebut diperoleh dengan menggunakan Uji *Breusch-Pagan* menunjukkan hasil p-value sebesar $9,07e^{-14} < 0,05$ yang artinya variansi antar satu error dengan yang lainnya berbeda (heteroskedastis) atau variansi tersebut bersifat tidak konstan.

3. Autokorelasi

Tabel 5 Uji Autokorelasi

Autokorelasi	DW	P-Value
Durbin-Watson	1,1547	$7,515e^{-8}$

Dengan menggunakan Uji Durbin Watson dalam menentukan autokorelasi menghasilkan p-value sebesar $7,515e^{-8} < 0,05$ mengacu pada tabel 3.5 yang artinya terjadi autokorelasi antar peubah error yang satu dengan yang lainnya.

4. Multikolinearitas

Tabel 6 Uji Multikolinearitas

Peubah	Variance Inflation Factor
X_1	1,432
X_2	1,433
X_3	2,056
X_4	2,270
X_5	1,442

Peubah	Variance Inflation Factor
X ₆	1,468
X ₇	1,195
X ₈	1,258
X ₉	1,354
X ₁₀	1,296
X ₁₁	1,520
X ₁₂	2,102
X ₁₃	5,448
X ₁₄	6,512

Tabel 3.6 menunjukkan uji multikolinearitas adapun statistik uji yang digunakan yaitu *Variance Inflation Factor* (VIF). Nilai VIF yang lebih besar dari 10 mengindikasikan adanya multikolinieritas yang serius. Sementara untuk semua variable memiliki nilai VIF < 10. Sehingga tidak terjadi multikolinearitas antar peubah X.

Dari berbagai uji asumsi, model regresi tidak dapat dipertanggungjawabkan. Untuk mengatasi hal tersebut, salah satunya dengan memberikan perlakuan khusus pada data misalnya dengan transformasi data. Alternatif yang lainnya yaitu dengan menerapkan metode *resampling Bootstrap* dan *Jackknife* yang dapat digunakan tanpa asumsi pada metode kuadrat terkecil.

3.3. Taksiran Parameter Regresi Linear Ganda Menggunakan Metode Resampling

3.3.1. Metode Resampling Bootstrap

Berdasarkan hasil metode resampling Bootstrap dengan jumlah pengulangan sebanyak 200 dan 500 kali. Metode tersebut dikatakan lebih baik jika hasil kesalahan baku yang diperoleh jauh lebih kecil. Adapun hasilnya pada Tabel 3.7.

Tabel 7 Kesalahan Baku Model Regresi dengan Metode Resampling Bootstrap

Parameter	Resampling Bootstrap			
	B = 200		B = 500	
	Taksiran	Kesalahan Baku	Taksiran	Kesalahan Baku
β_0	7,267	1,652	7,267	1,616
β_1	-0,032	0,025	-0,032	0,025
β_2	-0,215	0,108	-0,215	0,107
β_3	-0,011	0,019	-0,011	0,020
β_4	0,005	0,033	0,005	0,034
β_5	0,011	0,021	0,011	0,020
β_6	0,051	0,026	0,051	0,024
β_7	-0,154	0,264	-0,154	0,268
β_8	0,184	0,218	0,184	0,214
β_9	-0,201	0,117	-0,201	0,127
β_{10}	-0,041	0,058	-0,041	0,052
β_{11}	0,016	0,041	0,016	0,042
β_{12}	0,012	0,044	0,012	0,049
β_{13}	-0,003	0,253	-0,003	0,258
β_{14}	0,036	0,068	0,036	0,070

Dari hasil perbandingan kedua metode tersebut, terlihat bahwa metode resampling bootstrap memiliki kesalahan baku yang lebih kecil dibandingkan dengan metode OLS. Khususnya metode resampling bootstrap dengan jumlah pengulangan sebanyak 500 kali dibandingkan 200 kali. Sebenarnya karena metode resampling bootstrap merupakan simulasi maka hasil taksiran dapat berubah-ubah jika diulang, terkadang B yang lebih besar belum tentu menghasilkan kesalahan baku yang lebih kecil. Meskipun seperti itu hasil taksiran dengan metode resampling bootstrap akan

cenderung lebih baik dan stabil jika dilakukan dengan B yang lebih besar dan tergantung pada ukuran sampel bootstrap yang cukup melewati sampel asli.

3.3.2. Metode Jackknife

Taksiran parameter model regresi linear ganda menggunakan metode resampling Jackknife serta menentukan kesalahan baku dilakukan secara komputasi menggunakan software R.

Tabel 8 Taksiran Parameter Model Regresi dengan Resampling Jackknife

Parameter	Taksiran	Bias	Kesalahan Baku
β_0	7,269	0,028	1,593
β_1	-0,032	0,001	0,025
β_2	-0,215	0,007	0,095
β_3	-0,011	0,001	0,019
β_4	0,005	0,001	0,032
β_5	0,011	0,003	0,019
β_6	0,051	0,004	0,026
β_7	-0,155	0,113	0,263
β_8	0,184	0,005	0,181
β_9	-0,201	0,009	0,121
β_{10}	-0,041	0,008	0,055
β_{11}	0,016	0,003	0,042
β_{12}	0,011	0,069	0,076
β_{13}	-0,003	0,020	0,235
β_{14}	0,0369	0,068	0,083

Adapun hasil taksiran parameter regresi dengan metode resampling jackknife yang digunakan yaitu jackknife terhapus-1. Diperoleh hasil bias dan kesalahan baku yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan metode OLS. Hasil perbandingan metode OLS dan metode resampling jackknife terhapus-1 berdasarkan kesalahan baku dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 9 Perbandingan Kesalahan Baku Model Regresi dengan Metode OLS dan Resampling Bootstrap dan Resampling Jackknife

Parameter	OLS		Resampling Bootstrap (B = 500)		Resampling Jackknife	
	Taksiran	Kesalahan Baku	Taksiran	Kesalahan Baku	Taksiran	Kesalahan Baku
β_0	7,267	1,773	7,267	1,616	7,269	1,593
β_1	-0,032	0,027	-0,032	0,025	-0,032	0,025
β_2	-0,215	0,149	-0,215	0,107	-0,215	0,095
β_3	-0,011	0,028	-0,011	0,020	-0,011	0,019
β_4	0,005	0,038	0,005	0,034	0,005	0,032
β_5	0,011	0,027	0,011	0,020	0,011	0,019
β_6	0,051	0,026	0,051	0,024	0,051	0,026
β_7	-0,154	0,237	-0,154	0,268	-0,155	0,263
β_8	0,184	0,211	0,184	0,214	0,184	0,181
β_9	-0,201	0,155	-0,201	0,127	-0,201	0,121
β_{10}	-0,041	0,057	-0,041	0,052	-0,041	0,055
β_{11}	0,016	0,042	0,016	0,042	0,016	0,042
β_{12}	0,012	0,022	0,012	0,049	0,011	0,076
β_{13}	-0,003	0,196	-0,003	0,258	-0,003	0,235

Parameter	OLS		Resampling Bootstrap (B = 500)		Resampling Jackknife	
	Taksiran	Kesalahan Baku	Taksiran	Kesalahan Baku	Taksiran	Kesalahan Baku
β_{14}	0,036	0,052	0,036	0,070	0,036	0,083

Dari hasil perbandingan metode OLS, resampling bootstrap dengan B=500 kali dan resampling jackknife diperoleh hasil taksiran yang tidak berbeda jauh. Namun dapat dilihat bahwa, kesalahan baku dari hasil taksiran resampling jackknife jauh lebih kecil dibandingkan dengan metode lainnya. Hal itu dapat dilihat dari rata-rata nilai kesalahan baku yang diperoleh yaitu OLS sebesar 0,203, resampling bootstrap dengan B=500 kali sebesar 0,195 dan resampling jackknife sebesar 0,191.

4. Kesimpulan

1. Metode *resampling Bootstrap* yang dilakukan dengan perulangan yaitu ukuran sampel *Bootstrap* yaitu dengan masing-masing B nya 200 dan 500. Diperoleh nilai kesalahan baku terkecil dengan *resampling Bootstrap* pada B = 500 dibandingkan dengan metode OLS. Selain itu dalam analisis pengaruh indikator kemiskinan terhadap persentase rumah tangga miskin di kota Makassar tahun 2017 disimpulkan hasil analisis yaitu dari uji signifikansi, diperoleh bahwa secara serentak peubah independen berpengaruh signifikan terhadap peubah dependen, dan secara individu tidak ada satupun peubah independen berpengaruh signifikan terhadap peubah dependen.
2. Metode *resampling Jackknife* yang dilakukan dengan Jackknife Terhapus-1. Diperoleh nilai kesalahan baku jauh lebih kecil dengan *resampling Jackknife* Terhapus-1 dibandingkan dengan metode OLS. Hasil taksiran dari metode OLS dengan sampel asli, tidak memenuhi asumsi. Metode *resampling Jackknife* memberikan hasil taksiran dengan kesalahan baku yang lebih kecil daripada hasil taksiran menggunakan metode OLS sampel asli.

References

- Bennett, P. (2009). Introduction to the bootstrap and robust statistics. *Winter Term, PSY*, 711–712.
- Badan Pusat Statistik. 2009. 14 *Kriteria Masuk Kategori Rumah Tangga Miskin*,
Badan Pusat Statistik. 2018. *Kelurahan di Kota Makassar Dalam Angka*
- Efron, B. (2007). Bootstrap Methods : Another Look At The Jackknife. *Annals of Statistic*, 7, 1–126.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2003). *Basic Econometrics. 4th*. New York: McGraw-Hill.
- Kutner, M.H., C.J. Nachtsheim dan J. Neter. 2004. *Applied Linear Regression Models*. Fourth Ed. The McGraw-Hill Company, Inc. New York.
- Mahmud. (2011). *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Pustaka Setia.
- Sahinler, S., & Topuz, D. (2007). Bootstrap and jackknife resampling algorithms for estimation of regression parameters. *Journal of Applied Quantitative Methods*, 2(2), 188–199.
- Sembiring, A., Tesis, J., Sembiring, S., & Menyetujui, K. P. (2014). *Estimasi Bias Menggunakan Bootstrap dan Jackknife* (Master's Thesis).
- Shao, J., & Tu, D. (2012). *The jackknife and bootstrap*. Springer Science & Business Media.
- Siregar, Syofian. 2013. *Statistik Parametrik untuk Penelitian Kuantitatif*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Sprent, P. (1991). *Metode statistik nonparametrik terapan*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia.
- Suharto, Edi. 2005. *Analisis Kebijakan Publik*. Alfabeta, Bandung.
- Sungkono, J., & Haryatmi, S. (2010). *Resampling bootstrap dan jackknife untuk mengestimasi parameter regresi* (PhD Thesis). Universitas Gadjah Mada.
- Syarifuddin, Ferry. 2008. *Pengentasan Pengangguran dan Kemiskinan di Indonesia*. Bank Indonesia, Jakarta.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (1996). *Using multivariate statistics*. Northridge. Cal.: Harper Collins.
- The World Bank. 2006. *Era Baru Ddalam Pengentasan Kemiskinan*. Indopov, Jakarta.
- Tibshirani, R. J., & Efron, B. (1993). An introduction to the bootstrap. *Monographs on Statistics and Applied Probability*, 57, 1–436.
- Tiro, Muhammad Arif. (2010). *Analisis Korelasi dan Regresi*. Makassar: CV Andira Karya Publisher.

- Tiro, Muhammad Arif, "Edgeworth expansion and bootstrap approximation for M-estimators of linear regression parameters with increasing dimensions " (1991). *Retrospective Theses and Dissertations*. 10077.
- Widarjono, A. (2007). *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan. Bisnis. Edisi Kedua, Fakultas Ekonomi UII, Yogyakarta*.
- Yitnosumarto, S. (1990). *Dasar-dasar statistika dengan penekanan terapan dalam bidang agrokomples, teknologi dan sosial*. Rajawali Pers.
- Yozza, H. (2016). *Pemilihan Model Terbaik. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas, Padang*.
- Yusuf, Joni. 2008. *Pemikiran Muhammad Yunus Tentang Pengentasan Kemiskinan dalam Perspektif Hukum Islam*. Universitas Muhammadiyah Surakarta, Surakarta.