

Analisis Kemampuan Penalaran Proporsional Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika pada Materi Lingkaran

Awi Dassa^{1,a)}, Muhammad Dinar^{1,b)}, dan Hervina Dewi Astuti^{1,c)}

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224

a) awi.dassa@unm.ac.id

b) m.dinar@unm.ac.id

c) hervina.dewi17@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran proporsional siswa dalam menyelesaikan soal matematika pada materi lingkaran. Dua siswa dari kelas IX dipilih sebagai subjek berdasarkan hasil tes kemampuan prasyarat matematika. Setelah itu, tes kemampuan penalaran proporsional diberikan kepada subjek, lalu diwawancara terkait tes tersebut untuk . Hasil penelitian mengungkapkan bahwa (1) kedua subjek memenuhi indikator kemampuan berpikir aditif, (2) kedua subjek memenuhi indikator kemampuan berpikir multiplikatif, (3) hanya subjek kedua yang memenuhi indikator kemampuan penggunaan rasio yang masuk akal atau tepat, sedangkan subjek pertama belum memenuhi indikator ini, (4) kedua subjek belum memenuhi indikator kemampuan membangun struktur unit (pengelompokan), (5) kedua subjek belum memenuhi indikator kemampuan memahami invarian.

Kata Kunci: Penalaran, Proporsional, Lingkaran, Prasyarat, Matematika.

Abstract. This research aim to analyze student ability of student's proportional reasoning in solving mathematics on circle topic. Two students from grade IX were selected as in term results of math pre-requisite ability test. then, proportional reasoning test was given to subject and interview related to it. The results show that (1) all subjects complete indicator in additive thinking ability, (2) all subjects complete multiplicative thinking ability, (3) second subject only which complete indicator in ability to use a reasonable or appropriate ratio while first subject not complete this indicator, (4) all subject not complete indicator in ability to build a unit structure (grouping), (5) all subject not complete indicator in ability to understand invariance

Keywords: Reasoning, Proportional, Circle, Pre-requisite, Mathematics.

PENDAHULUAN

Kemampuan penalaran diperlukan dalam pembelajaran matematika di sekolah, terutama pada era pendidikan saat ini yang menerapkan Kurikulum 2013 dengan Pendekatan Saintifik. Seperti yang tertulis dalam Peraturan Menteri Nomor 23 Tahun 2006 tentang Standar Kompetensi Lulusan untuk mata pelajaran Matematika yaitu peserta didik diharapkan mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (Balitbang, 2007). Kemampuan penalaran penting untuk dikembangkan pada siswa dalam pembelajaran matematika. Jika tidak dikembangkan, maka pembelajaran matematika hanya menjadi serangkaian prosedur dan mengikuti contoh-contoh tanpa mengetahui maknanya (Rochmad, 2010).

Penalaran merupakan proses atau aktivitas berfikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya (Kemendikbud, 2014). Terdapat beberapa jenis penalaran dalam tingkat operasional formal berdasarkan teori Piaget, yaitu penalaran konservasi, penalaran proporsional, pengontrolan variabel, penalaran probabilistik, penalaran

koresional, dan penalaran kombinatorial (Dahar, 1998; Risdianti, 2016). Dalam penelitian ini, difokuskan untuk meneliti tentang penalaran proporsional.

Penalaran proporsional merupakan penalaran yang mencakup pemahaman tentang keserupaan struktur dua relasi dalam masalah proporsional (Johar, 2006; Eka & Susanah, 2013). Masalah proporsional yang dimaksud, tidak hanya berkaitan dengan perbandingan, pecahan, desimal, dan persen, tetapi juga meliputi materi statistik, peluang, aritmatika sosial dan lain-lain (Eka & Susanah, 2013). Dalam penelitian ini dikhususkan untuk menganalisis penalaran proporsional pada materi lingkaran.

Beberapa artikel membahas tentang penalaran proporsional (Eka & Susanah, 2013; Hariyanti dkk, 2017). Eka dan Susanah (2013) meneliti tentang penalaran proporsional siswa kelas VII SMP berdasarkan tingkat kemampuan matematika. Hariyanti, dkk (2017) meneliti tentang penalaran proporsional dalam menyelesaikan masalah multiplikatif tipe *product of measurement*.

Penelitian ini berfokus pada penalaran proporsional siswa. Siswa diminta untuk menyelesaikan soal matematika pada materi lingkaran. Materi lingkaran yang dimaksud adalah materi lingkaran kelas VIII semester genap tentang penentuan sudut pusat, panjang busur dan luas juring lingkaran.

KAJIAN PUSTAKA

Penalaran merupakan suatu cara dalam berpikir sesuai logika (Chulsum & Novia, 2014). Penalaran juga dapat diartikan sebagai proses atau aktivitas berfikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya (Kemendikbud, 2014). Selain itu, Thalbah, dkk (2013) juga menyatakan penalaran sebagai proses berpikir yang dilakukan untuk menarik kesimpulan.

Terdapat beberapa jenis penalaran dalam tingkat operasional formal berdasarkan teori Piaget (Dahar, 1998; Risdianti, 2016), diantaranya: (a) penalaran konservasi, yaitu siswa memahami bahwa kuantitas sesuatu tidak berubah karena mengalami perubahan bentuk, (b) penalaran proporsional, yaitu siswa memahami relasi perubahan suatu kuantitas terhadap kuantitas yang lain, (c) pengontrolan variabel, yaitu siswa menetapkan dan mengontrol variabel-variabel suatu masalah, (d) penalaran probabilistik, yaitu siswa membedakan hal-hal yang pasti dan yang mungkin terjadi dari perhitungan peluang, (e) penalaran koresional, yaitu siswa menentukan hubungan timbal balik antarvariabel, dan (f) penalaran kombinatorial, yaitu siswa mempertimbangkan seluruh alternatif saat memecahkan masalah. Dari beberapa jenis penalaran tersebut, yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah penalaran proporsional.

Penalaran proporsional melibatkan kemampuan dalam memahami hubungan multiplikatif (Walle, 2013; Permatasari dkk, 2017). Penggunaan hubungan multiplikatif dalam penalaran proporsional digunakan untuk membandingkan dua kuantitas atau lebih serta memprediksi nilai dari suatu kuantitas berdasarkan kuantitas yang lain (Lamon, 2008; Eka & Susanah, 2013).

Penalaran proporsional merupakan penalaran yang mencakup pemahaman tentang keserupaan struktur dua relasi dalam masalah proporsional (Johar, 2006; Eka & Susanah, 2013). Penalaran proporsional juga dapat dinyatakan sebagai aktivitas mental seseorang dalam mengkoordinasikan dua kuantitas terkait dengan relasi perubahan (senilai atau berbalik nilai) dari suatu kuantitas terhadap kuantitas yang lain (Irpan, 2010).

Beberapa penelitian mengkaji tentang penalaran proporsional. Eka dan Susanah (2013) meneliti tentang penalaran proporsional siswa berdasarkan tingkat kemampuan matematika. Mereka menemukan bahwa subjek tingkat kemampuan tinggi mampu menjawab dengan benar soal yang

melibatkan bilangan pengali bulat maupun pecahan. Adapun subjek tingkat kemampuan sedang belum mampu menyelesaikan soal terkait bilangan pengali pecahan. Sedangkan, subjek tingkat kemampuan rendah cenderung coba-coba dalam menjawab soal.

Hariyanti, dkk (2017) meneliti tentang penalaran proporsional dalam menyelesaikan masalah multiplikatif. Mereka menemukan bahwa siswa dengan kemampuan rendah, sering melibatkan perbedaan konstanta penjumlahan dalam melakukan pengukuran. Adapun siswa dengan kemampuan sedang, sering menggunakan strategi penjumlahan daripada perkalian. Sedangkan siswa dengan kemampuan tinggi, menggunakan strategi perkalian pada konteks tertentu, namun jika dihadapkan pada konteks yang tergolong sulit akan kembali menggunakan strategi penjumlahan.

Indikator kemampuan penalaran proporsional yang digunakan dalam penelitian ini disimpulkan sebagaimana pada tabel 1 (Langrall & Swafford, 2000; McIntosh, 2013).

TABEL 1. Indikator Kemampuan Penalaran Proporsional

Indikator	Penjelasan
Kemampuan berpikir aditif	Kemampuan siswa dalam mengambil kesimpulan dengan cara membandingkan dua kuantitas menggunakan penjumlahan
Kemampuan berpikir multiplikatif	Kemampuan siswa dalam mengambil kesimpulan dengan cara membandingkan dua kuantitas menggunakan perkalian
Kemampuan menggunakan rasio yang masuk akal atau tepat	Kemampuan siswa dalam mengambil kesimpulan dengan cara membandingkan dua kuantitas dengan perbandingan yang masuk akal atau tepat
Kemampuan membangun struktur unit (pengelompokan)	Kemampuan siswa dalam mengambil kesimpulan dengan cara menghitung suatu kuantitas melalui pengelompokan
Kemampuan memahami invariant	Kemampuan siswa dalam mengambil kesimpulan dengan cara membandingkan kuantitas yang ada dan mengetahui bahwa hubungan antara rasio tetap (tidak berubah) meskipun kuantitas yang membentuk rasio kovarian (berubah)

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan yaitu penelitian kualitatif dengan pendekatan deksriptif. Subjek dalam penelitian ini adalah dua siswa dari kelas IX. Kedua subjek mewakili kategori cukup dari klasifikasi hasil tes kemampuan prasyarat matematika. Klasifikasi hasil tes kemampuan prasyarat matematika diadopsi dari contoh penetapan model KKM mata pelajaran Matematika oleh Tim Direktorat Pembinaan SMP (2017). Klasifikasi hasil tes kemampuan prasyarat matematika dapat dilihat pada Tabel 2.

TABEL 2. Klasifikasi Hasil Tes Kemampuan Prasyarat Matematika

Interval Predikat	Keterangan
88 – 100	Sangat Baik
74 – 87	Baik
60 – 73	Cukup
< 60	Kurang

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan tes kemampuan prasyarat matematika, tes kemampuan penalaran proporsional, dan wawancara. Soal tes kemampuan prasyarat matematika berupa soal pilihan ganda pada materi Lingkaran. Soal tes kemampuan penalaran proporsional berupa soal uraian pada materi Lingkaran masing-masing sebanyak satu soal yang

memuat indikator penalaran proporsional siswa. Instrumen penelitian yang digunakan telah melalui proses validasi oleh pakar dalam pendidikan matematika.

Tes kemampuan prasyarat matematika diberikan kepada dua kelas IX untuk menentukan subjek penelitian. Berdasarkan klasifikasi hasil tes kemampuan prasyarat matematika, subjek dikelompokkan dalam kategori sangat baik, baik, cukup, dan kurang. Pemilihan subjek juga mempertimbangkan kesediaan siswa untuk mengikuti tes dan wawancara, sehingga diperoleh dua subjek penelitian dengan kategori cukup untuk diberikan tes kemampuan penalaran proporsional. Setelah dilakukan analisis terhadap jawaban subjek berdasarkan indikator penalaran proporsional, dilakukan wawancara untuk menggali lebih dalam kemampuan penalaran proporsional subjek.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini dilakukan tes kemampuan penalaran proporsional, kemudian dikonfirmasi dengan wawancara. Hasil penelitian diuraikan sesuai urutan soal. Setiap soal mewakili satu indikator penalaran proporsional.

Soal nomor 1 mewakili indikator kemampuan berpikir aditif, soal nomor 2 mewakili indikator kemampuan berpikir multiplikatif, soal nomor 3 mewakili indikator kemampuan penggunaan rasio yang masuk akal atau tepat, soal nomor 4 mewakili indikator kemampuan membangun struktur unit (pengelompokan), dan soal nomor 5 mewakili indikator kemampuan memahami invarian.

Berikut pembahasan kemampuan penalaran proporsional siswa dalam menyelesaikan soal matematika materi lingkaran:

Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek 1

Kemampuan Berpikir Aditif

1) a. Dik: Bunga A = 4 cm mengalami Pertambahan luas lingkaran menjadi 8 cm.
Bunga B = 6 cm mengalami Pertambahan luas lingkaran menjadi 10 cm.

b. tidak, karena memiliki luas jari-jari lingkaran yang berbeda

GAMBAR 1. Jawaban Subjek 1 terkait indikator kemampuan berpikir aditif

Pada gambar 1, subjek tidak melakukan perhitungan luas lingkaran untuk mengambil kesimpulan terkait hubungan pertambahan luas lingkaran bunga A dan B.

TRANSKRIP 1

- P1-09 : Berapa pertambahannya?
 S11-09 : Yang bunga A tadinya 4 cm mengalami pertambahan jadi 8 cm, pertambahannya 4 cm.
 P1-12 : Jadi, pertambahan jari-jarinya sama atau berbeda?
 S11-12 : Sama kak
 P1-13 : Kalau pertambahan luas lingkarannya, bagaimana cara ta hitung?
 S11-13 : (subjek hanya diam)
 P1-14 : Pernah menghitung luas lingkaran waktu kelas VIII ?
 S11-14 : Iye, tapi belum paham kak

Pada transkrip 1, subjek mengungkapkan bahwa ia tidak menyelesaikan soal dengan perhitungan luas lingkaran karena belum memahami cara menghitung luas lingkaran (S11-14). Namun, subjek mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran jari-jari lingkaran yang diketahui pada soal (S11-12), serta menyebutkan pertambahan jari-jari lingkaran menggunakan penjumlahan (S11-09).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 1 mampu berpikir aditif. Meskipun subjek belum mampu menghitung luas lingkaran, namun subjek mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran jari-jari lingkaran menggunakan penjumlahan (aditif).

Kemampuan Berpikir Multiplikatif

2) a. sudut pusat a , jari-jari r
 $L = n r^2 \frac{a}{360}$
 b. sudut pusat $\frac{1}{2} a$, jari-jari $2r$
 $L = \pi r^2 \frac{a}{720}$
 $\cdot \pi r^2 \frac{a}{180}$ (Lebih besar B)

GAMBAR 2. Jawaban Subjek 1 terkait indikator kemampuan berpikir multiplikatif

Pada gambar 2, subjek melakukan perhitungan luas juring lingkaran sehingga diperoleh luas juring A yaitu $\pi r^2 \frac{a}{360}$ dan luas juring B yaitu $\pi r^2 \frac{a}{180}$. Subjek juga menuliskan kesimpulan bahwa luas juring yang lebih besar adalah juring B.

TRANSKRIP 2

- P2-08 : Jadi, kenapa ambil kesimpulan kalau B yang lebih besar?
- S12-08 : Yang A kayaknya lebih besar
- P2-09 : Ohh kenapa yang A yang lebih besar dek?
- S12-09 : Karena luasnya 260, kalau B 180.
- P2-13 : Jadi yang lebih besar yang A atau B?
- S12-13 : Yang A, karena yang Phi r kuadrat a per 260
- P2-14 : Ohh, jadi kalau lebih besar per-nya, lebih besar ki juga luasnya?
- S12-14 : Hmm iya

Pada transkrip 2, subjek belum yakin dengan jawabannya. Hal ini ditunjukkan dengan perubahan jawaban subjek yang awalnya menuliskan bahwa juring B yang lebih besar, berubah menjadi juring A yang lebih besar (S12-08).

Subjek juga belum memahami konsep pecahan, bahwa jika terdapat dua pecahan dengan pembilang yang sama namun penyebut berbeda, maka pecahan yang bernilai lebih besar adalah yang memiliki penyebut yang bernilai lebih kecil (S12-14). Namun, subjek cenderung mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan nilai penyebut pecahan tersebut (S12-09) dari hasil perhitungan luas juring lingkaran (Gambar 2).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 1 mampu berpikir multiplikatif. Meskipun kesimpulan yang diberikan belum tepat, namun subjek mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan nilai penyebut pecahan dari hasil perhitungan luas juring lingkaran.

Kemampuan Menggunakan Rasio yang Masuk Akal atau Tepat

Harganya sama saja, ukurannya saja yang berbeda
 tapi harga

GAMBAR 3. Jawaban Subjek 1 terkait indikator kemampuan menggunakan rasio yang masuk akal atau tepat

Pada gambar 3, subjek mengabaikan pertanyaan pada soal, yaitu menentukan biskuit yang lebih murah jika ditinjau dari luas lingkarannya. Hal ini ditunjukkan dengan jawaban subjek yang hanya menuliskan kesimpulan harga dan ukuran diameter lingkaran tanpa mengaitkannya satu sama lain dengan luas lingkaran.

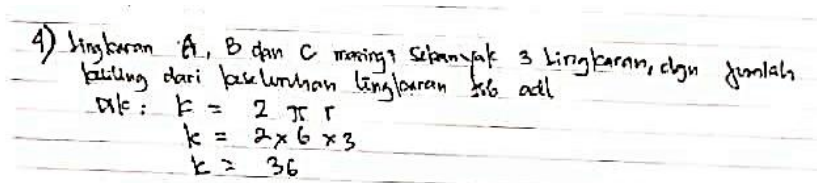
TRANSKRIP 3

- P3-07 : Kita lihat dari harganya saja?
 S13-07 : Iye
 P3-08 : Ndak kita perhatikan ukurannya?
 S13-08 : Ndak

Pada transkrip 3, subjek hanya berfokus pada harga biskuit (S13-07) dan mengabaikan perubahan ukuran jari-jari lingkaran dari biskuit (S13-08).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 1 belum mampu menggunakan rasio yang masuk akal atau tepat. Hal ini ditunjukkan dengan subjek belum mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan harga dari kedua biskuit menggunakan rasio terhadap ukuran dari biskuit tersebut, baik ukuran luas lingkaran ataupun jari-jari lingkarannya. Subjek hanya berfokus pada harga biskuit dan mengabaikan perubahan ukuran jari-jari lingkaran dari biskuit.

Kemampuan Membangun Struktur Unit (Pengelompokan)



GAMBAR 4. Jawaban Subjek 1 terkait indikator kemampuan membangun struktur unit (pengelompokan)

Pada gambar 4, subjek menghitung jumlah seluruh keliling lingkaran menggunakan perhitungan rumus keliling lingkaran. Namun, subjek belum memahami penggunaan rumus keliling lingkaran. Hal ini ditunjukkan dengan jawaban subjek dalam mensubstitusi nilai dari jumlah keliling lingkaran A, B dan C yaitu 6 cm, ke dalam nilai π . Subjek juga mensubstitusi nilai dari banyaknya masing-masing lingkaran yaitu 3 lingkaran, ke dalam nilai r .

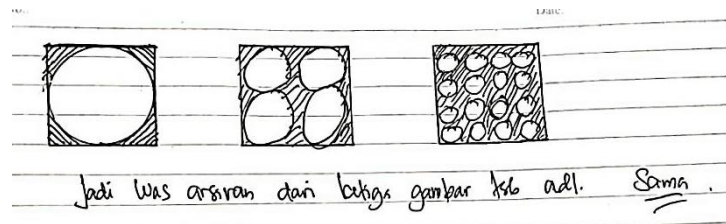
TRANSKRIP 4

- P4-08 : Misalkan lingkaran A dibikin sebanyak 3 lingkaran, lingkaran B dibikin sebanyak 3 lingkaran, lingkaran C dibikin sebanyak 3 lingkaran. Jadi ada berapa lingkaran jadinya?
 S14-08 : 9
 P4-09 : Jadi bagaimana ki hitung seluruh keliling lingkarannya?
 S14-09 : 9 tambah 9 tambah 9 hasilnya 36

Pada transkrip 4, dalam menghitung jumlah seluruh keliling lingkaran, subjek hanya menjumlahkan banyaknya lingkaran yang diketahui yaitu 9 sebanyak 3 kali (S14-10).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 1 belum mampu membangun struktur unit (pengelompokan). Hal ini ditunjukkan dengan jawaban subjek dalam menghitung jumlah seluruh keliling lingkaran, subjek hanya menghitung perolehan nilai dari banyaknya lingkaran dan mengabaikan nilai dari keliling lingkaran yang ada.

Kemampuan Memahami Invarian



GAMBAR 5. Jawaban Subjek 1 terkait indikator kemampuan memahami invarian

Pada gambar 5, subjek menuliskan kesimpulan yaitu luas arsiran dari ketiga gambar tersebut adalah sama. Namun, subjek tidak memberikan penjelasan dari kesimpulannya.

TRANSKRIP 5

- P5-06 : *Jadi, menurut ta sama saja arsirannya?*
- S15-06 : *Yang pertama kayaknya kak lebih luas arsirannya, karena satu ji lingkarannya, kalau yang lain banyak*
- P5-10 : *Tapi kecil-kecil ji juga lingkarannya, bagaimanami? Tetap juga lebih kecil arsirannya?*
- S15-10 : *Iye karena banyak lingkarannya kak*
- P5-12 : *Cara ta tentukan yang mana lebih luas, kita lihat dari banyak lingkarannya?*
- S15-12 : *Iye*

Pada transkrip 5, subjek tidak yakin dengan jawaban yang telah dituliskan sebelumnya. Hal ini ditunjukkan dengan jawaban subjek yang berubah pada saat wawancara, yaitu awalnya subjek menjawab luas arsirannya sama, kemudian berubah menjadi luas arsirannya berbeda (S15-06). Adapun dalam mengambil kesimpulan, subjek hanya membandingkan banyaknya lingkaran yang ada (S15-12) dan mengabaikan ukuran dari lingkaran pada setiap bangun datar (S15-10).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 1 belum mampu memahami invarian. Hal ini ditunjukkan dengan subjek hanya mengambil kesimpulan dengan membandingkan banyaknya lingkaran dalam persegi dan mengabaikan ukuran dari lingkaran tersebut.

Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek 2

Kemampuan Berpikir Aditif

TRANSKRIP 6

- P1-05 : *Disitu kita tuliskan bunga A itu pertumbuhannya 2 kali, kalau bunga B pertumbuhannya 1,7 kali. Jadi menurut ta mana yang lebih cepat bertumbuh itu dek?*
- S21-05 : *Mungkin yang 2 kali kak atau mungkin sama ji*
- P1-06 : *Ohh iye, kenapa ki kepikiran ada kemungkinan sama ji pertumbuhannya?*
- S21-06 : *Karena mungkin kayak kan jari-jari awalnya bunga $A=4\text{cm}$, $B=6\text{cm}$. Setelah beberapa saat diukur lagi bunga $A=8\text{ cm}$ dan $B=10\text{ cm}$ mungkin kayak $A=4+4=8\text{cm}$ dan $B=6+4=10$ jadi mungkin pertambahannya 4 kali*

Pada transkrip 6, dapat disimpulkan bahwa Subjek 2 mampu berpikir aditif. Hal ini ditunjukkan dengan subjek mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan pertambahan jari-jari lingkaran menggunakan penjumlahan (S21-06) dan perkalian (S21-05).

Kemampuan Berpikir Multiplikatif

TRANSKRIP 7

- P2-12 : Kenapa bisa disimpulkan juring B lebih besar?
S22-12 : Mungkin kan luas B-nya 180
P2-14 : Itu yang A kan per (penyebut pecahan) 360, yang B per (penyebut pecahan) 180, menurut ta mana yang besar?
S22-14 : Mungkin yang 360
P2-15 : Jadi yang fix mana yang besar? Per 360 atau per 180?
S22-15 : Bingung juga kak, mungkin 180 (ketawa)
P2-16 : Jadi menurut ta per 180 yang besar?
S22-16 : Iye kak

Pada transkrip 7, subjek belum yakin dalam mengambil kesimpulan (S22-14). Namun subjek cenderung mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan nilai penyebut pecahan dari hasil perhitungan luas juring lingkaran (S22-16).

Dapat disimpulkan bahwa Subjek 2 mampu berpikir multiplikatif. Meskipun subjek sempat ragu dengan jawabannya, namun subjek mampu mengambil kesimpulan yang tepat dengan membandingkan nilai penyebut pecahan dari hasil perhitungan luas juring lingkaran.

Kemampuan Menggunakan Rasio yang Masuk Akal atau Tepat

TRANSKRIP 8

- P3-06 : Jadi, biskuit mana yang lebih murah kalau dilihat dari luas lingkaran biskuitnya?
S23-06 : Yang besar kak karena lebih besar ukuran luas lingkaran biskuitnya. Yang kecil hasilnya 2,59 ji, kalau yang besar 3,66
P3-08 : Jadi kalau dibandingkan harga dengan luas lingkarannya, mana yang lebih murah?
S23-08 : Yang besar mungkin, karena luas lingkarannya juga lebih luas yang besar

Pada transkrip 8, dapat disimpulkan bahwa Subjek 2 mampu menggunakan rasio yang masuk akal atau tepat. Hal ini ditunjukkan dengan subjek mengambil kesimpulan dengan membandingkan harga dari kedua biskuit menggunakan rasio terhadap ukuran dari biskuit tersebut (S23-06). Subjek tidak hanya fokus pada harga biskuit, tetapi juga memperhatikan ukuran lingkaran yang ada (S23-08).

Kemampuan Membangun Struktur Unit (Pengelompokan)

TRANSKRIP 9

- P4-12 : Jadi, berapa jumlah seluruh lingkarannya?
S24-12 : Mungkin diliat ki dulu dari hasil satu lingkaran baru dijumlah ki kak
P4-13 : Kalau masing-masing lingkaran ada sebanyak empat buah, jadi berapa jumlah keseluruhan keliling lingkarannya?
S24-13 : 559.872 mungkin. Hasil akhirnya itu jawaban kak ku kali 9.

Pada transkrip 9, dapat disimpulkan bahwa Subjek 2 belum mampu membangun struktur unit (pengelompokan). Hal ini ditunjukkan dengan jawaban subjek dalam menghitung jumlah seluruh keliling lingkaran, subjek cenderung menghitung nilai satu lingkaran terlebih dahulu (S24-12) kemudian mengalikannya dengan banyak lingkaran yang ada (S24-13).

Kemampuan Memahami Invarian

TRANSKRIP 10

- P5-07 : Kenapa ki ambil kesimpulan semakin banyak lingkaran dalam persegi maka

- semakin kecil luas daerah yang di arsir dek?*
- S25-07 : *Ndak ji menurut ku mungkin begitu kak*
- P5-08 : *Menurut ta semakin banyak pengali buah lingkarannya berarti semakin kecil arsirannya?*
- S25-08 : *Iye kak*

Pada transkrip 10, dapat disimpulkan bahwa Subjek 2 belum mampu memahami invarian. Hal ini ditunjukkan dengan subjek mengambil kesimpulan hanya dengan membandingkan banyaknya lingkaran yang ada dan mengabaikan ukuran dari lingkaran pada setiap bangun datar (S25-08). Subjek juga belum mampu memberikan alasan yang tepat terkait kesimpulan yang diambil (S25-07).

KESIMPULAN

Berikut kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian dan pembahasan:

1. Kedua subjek memenuhi indikator kemampuan berpikir aditif yang ditunjukkan dengan mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran dua lingkaran menggunakan penjumlahan,
2. Kedua subjek memenuhi indikator kemampuan berpikir multiplikatif yang ditunjukkan dengan mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran dua lingkaran menggunakan perkalian,
3. Hanya subjek kedua yang memenuhi indikator kemampuan penggunaan rasio yang masuk akal atau tepat, sedangkan subjek pertama belum memenuhi indikator ini yang ditunjukkan dengan belum mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran dua lingkaran menggunakan rasio yang masuk akal atau tepat,
4. Kedua subjek belum memenuhi indikator kemampuan membangun struktur unit (pengelompokan) yang ditunjukkan dengan subjek pertama mengabaikan nilai dari keliling lingkaran, adapun subjek kedua cenderung menghitung nilai satu lingkaran,
5. Kedua subjek belum memenuhi indikator kemampuan memahami invarian yang ditunjukkan dengan belum mampu mengambil kesimpulan dengan membandingkan ukuran dari lingkaran pada setiap bangun datar.

DAFTAR PUSTAKA

- Ali, F. A., Dassa, W. & Asdar. 2015. Eksplorasi Pemahaman Konsep dan Penalaran Matematika Materi Bangun Ruang Ditinjau dari Gaya Belajar Pada Siswa SMP Negeri 1 Pangkajene Pangkep-SulSel. *Eprints Universitas Negeri Makassar*, (Online), (<http://eprints.unm.ac.id/8261/>, diakses 9 Februari 2020)
- Badan Penelitian dan Pengembangan Pusat Kurikulum. 2007. Kajian Kebijakan Kurikulum Mata Pelajaran Matematika. Jakarta: Depdiknas.
- Chulsum, U. & Novia, W. 2014. *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Surabaya: Kashiko.
- Dahar, R.W. 1998. *Teori-Teori Belajar*. Jakarta: Erlangga.
- Eka, R. & Susannah. 2013. Penalaran Proporsional Siswa Kelas VII SMP Negeri II Beji Pasuruan Berdasarkan Tingkat Kemampuan Matematika. *MathEdunesa*, (Online), Vol. 2, No. 1, (<http://jurnalmahasiswa.unesa.ac.id/index.php/mathedunesa/article/view/1209>, diakses 24 Oktober 2020)
- Irpan, S. 2010. Proses Terjadinya Kesalahan dalam Penalaran Poporsional Berdasarkan Kerangka Kerja Asimilasi dan Akomodasi. *Beta: Jurnal Tadri Matematika*, (Online), Vol. 3, No. 2, (<https://jurnalbeta.ac.id/index.php/betaJTM/article/view/94>, diakses 7 Maret 2021)

- Johar, R. 2006. *Penalaran Proporsional Siswa SMP*. Disertasi tidak diterbitkan. Surabaya: Program Pascasarjana Unesa Surabaya.
- Lamon, S.J. 2008. *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Langrall, C., & Swafford, J. 2000. Three Ballons for Two Dollars: Developing Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching in The Middle School*, (Online), Vol. 6, No. 4, (https://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teaching-in-Middle-School/2000/Vol6/Issue4/Three-Balloons-for-Two-Dollars_-Developing-Proportional-Reasoning/, diakses 7 Desember 2020)
- McIntosh, M.B. 2013. *Developing Proportional Reasoning in Middle School Students*. (Online), (https://www.google.com/search?q=Developing+Proportional+Reasoning+In+Middle+School+Student&rlz=1C1GGRV_enID752ID752&oq=Developing+Proportional+Reasoning+In+Middle+School+Student&aqs=chrome..69i57j0.3039j0j4&sourceid=chrome&ie=UTF-8#, diakses 29 November 2019)
- Permatasari, D.E., Amin, S.M. & Wijayanti, P. 2017. Penalaran Proporsional Siswa SMP Kelas IX dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Gender. *Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, (Online), Vol. 8, No. 2, (<https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/kreano/article/view/9537/7178>, diakses 23 Oktober 2020).
- Risdianti, A. (2016). Analisis Kemampuan Penalaran Proporsional Siswa Kelas X Dalam Pembelajaran *Discovery Learning* Ditinjau dari Gaya Belajar Menurut Kolb. *Skripsi*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Rochmad. 2010. Proses Berpikir Induktif dan Deduktif dalam Mempelajari Matematika. *Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, (Online), Vol. 1, No. 2, (<https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/kreano/article/view/1494/1618>, diakses 7 Maret 2021).
- Thalhah, S. Z., Upu, H. & Dassa, A. 2013. Eksplorasi Komunikasi dan Penalaran Matematika dalam Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Siswa Kelas VIII SMP Pesantren Immim Putra Makassar. *Jurnal Matematika & Pembelajaran*, (Online), Vol. 1, No. 1, (<http://journal.uin-alauddin.ac.id/index.php/Mapan/article/view/1124/1107>, diakses 9 Februari 2020).
- Tim Direktorat Pembinaan SMP. 2017. *Panduan Penilaian Oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Walle, J.A., Karp, K.S., & Williams, J.M.B. 2013. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Boston: Pearson.