

Estimasi Parameter Regresi Linier Sederhana Menggunakan Prosedur Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu dan First Differences Pada Metode Durbin Watson

Switamy Angnitha Purba^{1, a*)}, Debora Chrisinta^{1, b)}, Justin Eduardo Simarmata^{2, c)}

¹Program Studi Teknik Kimia, Politeknik Teknologi Kimia Industri Medan

²Program Studi Teknologi Informasi, Universitas Timor

³Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Timor

^{a)}switamyangnithapurba@gmail.com

^{b)}deborachrisinta@unimor.ac.id

^{c)}justinesimarmata@unimor.ac.id

Abstrak. Pada penelitian ini bertujuan untuk mengkaji masalah autokorelasi, analisis regresi sederhana dengan galat mengikuti bentuk first-order autoregressive, metode Durbin Watson dengan menggunakan prosedur Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu dan first differences dalam mengatasi autokorelasi. Terjadinya autokorelasi menyebabkan dugaan parameter regresi dengan ordinary least square (OLS) tidak menghasilkan nilai yang sebenarnya. Oleh karena itu, untuk mendapatkan parameter yang sebenarnya diterapkan metode Durbin Watson dengan ketiga prosedur tersebut. Berdasarkan data yang digunakan dalam skripsi ini dikutip dari buku *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, prosedur terbaik diberikan oleh Hildreth-Lu karena menghasilkan nilai mean square error (MSE) terkecil yaitu 0,204. Hal ini dikarenakan, proses pendugaan koefisien autokorelasinya berdasarkan iterasi sampai ditemukan nilai sum square error (SSE) yang minimum.

Kata Kunci: Autokorelasi, Metode Durbin Watson, Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu, First Differences.

Abstract. This study aims to examine the problem of autocorrelation, simple regression analysis with errors following the form of first-order autoregressive, Durbin Watson method using the Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu procedures and first differences in overcoming autocorrelation. The occurrence of autocorrelation causes the alleged regression parameter with ordinary least square (OLS) not to produce the actual value. Therefore, to obtain the actual parameters applied Durbin Watson method with all three procedures. Based on the data used in this thesis quoted from the book *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, the best procedure is given by Hildreth-Lu because it produces the smallest mean square error (MSE) value namely 0,204. This is because, the process of estimating the autocorrelation coefficient is based on iterations until a minimum sum square error (SSE) value is found.

Keywords: Autocorrelation, Durbin Watson Method, Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu, First Differences.

PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan suatu teknik statistika yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara dua jenis variabel yaitu variabel respon dengan variabel prediktor (W. Mendenhall & McClave, 1981). Hubungan fungsional antara dua variabel tersebut dapat dituliskan secara statistika. Konsep dasar model regresi linier secara umum adalah nilai variabel respon yang dimodelkan sebagai kombinasi linier dari sekumpulan variabel prediktor (Kurniawan & Yuniarto, 2016). Variabel respon merupakan variabel yang dijelaskan atau diestimasi oleh variabel

prediktor. Sedangkan variabel prediktor merupakan variabel yang digunakan untuk mengestimasi variabel respon (Fathurahman, 2011); (Salam et al., 2022). Apabila dalam analisis regresi hanya melibatkan sebuah variabel prediktor, maka analisis yang digunakan adalah analisis regresi linier sederhana.

Pada analisis regresi melibatkan adanya pendugaan parameter yang diduga dengan menggunakan teknik perhitungan yang disebut *Ordinary Least Square* (OLS) (Fernandes, 2022); (Susanti et al., 2019). Tujuan OLS adalah untuk meminimumkan jumlah dari kuadrat kesalahan (*error of sum square*) (Setyawan et al., 2019); (Purba, 2021); (Simarmata et al., 2021). Pada proses pendugaan tentunya tidak terlepas dari kesalahan, tetapi dengan menggunakan OLS kesalahan tersebut dapat diperoleh sampai yang terkecil dengan syarat memenuhi beberapa asumsi. Asumsi-asumsi tersebut biasanya disebut asumsi klasik regresi linier (Nugraha, 2022). Pada dasarnya untuk mengetahui kebaikan pendugaan koefisien regresi yang diperoleh, maka dilakukan pengujian terhadap pelanggaran asumsi klasik tersebut. Terdapat lima asumsi yang diperlukan dalam penaksiran OLS, yaitu: rata-rata galat (ε) sama dengan nol, galat mengikuti distribusi normal, galat tidak berkorelasi dengan variabel prediktor, tidak adanya autokorelasi antar galat (ε); dan varian galat tetap atau homoskedastisitas (W. Mendenhall et al., 2018); (W. M. Mendenhall & Sincich, 2016).

Umumnya penerapan analisis regresi dengan menggunakan data deret waktu, sering terjadi pelanggaran asumsi yaitu galat tidak saling bebas atau autokorelasi (Kusdarwati et al., 2022). Adanya autokorelasi pada galat mengartikan bahwa ada satu atau beberapa faktor (variabel prediktor) penting yang mempengaruhi variabel respon Y yang tidak disertakan ke dalam model regresi (Sukestiyarno & Agoestanto, 2017). Oleh karena itu, dalam analisis regresi perlu dilakukan uji autokorelasi untuk melihat apakah terjadi korelasi antar observasi ke- t dengan observasi sebelumnya ($t - 1$). Pada dasarnya analisis regresi digunakan untuk melihat pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, sehingga antar observasi data tidak boleh terjadi korelasi (Cessie & Houwelingen, 1992). Durbin dan Watson menemukan bahwa autokorelasi merupakan hubungan antar objek pengamatan yang terpisah satu sama lain berdasarkan jeda waktu tertentu (King, 1981). Jika terjadi autokorelasi pada model regresi, mengakibatkan nilai dugaan parameter regresi yang diperoleh tidak menghasilkan nilai yang sebenarnya dan mengakibatkan kesalahan dalam memprediksi nilai variabel respon yang diamati (Smadi & Abu-Afouna, 2012).

Berbagai macam cara dapat dilakukan untuk memperbaiki model yang diperoleh ketika terjadi pelanggaran asumsi autokorelasi. Salah satunya adalah dengan menentukan nilai dugaan parameter koefisien regresi yang sebenarnya, seperti yang telah dilakukan Rao dan Griliches yaitu menggunakan *feasible generalized least square* (FGLS) dalam melakukan pendugaan parameter regresi dimana hasil yang diperoleh lebih efisien daripada pendugaan OLS ketika terjadi autokorelasi (Syilfi et al., 2012). Demikian juga, Miller & Startz (2018) mengemukakan bahwa dengan menggunakan pendugaan FGLS dengan teknik bayes lebih baik dalam mengatasi terjadinya autokorelasi dari pada pendugaan FGLS *non-bayes*.

Masalah autokorelasi juga dapat diatasi dengan menerapkan metode Durbin Watson, yaitu memperbaiki dugaan parameter yang telah diperoleh melalui OLS dengan cara menyertakan koefisien autokorelasi yang akan digunakan sebagai transformasi variabel respon dan variabel prediktor (Susanti et al., 2019). Durbin dan Watson telah melakukan pengujian autokorelasi yang terdiri atas tiga pengujian, yaitu apakah terjadi korelasi positif, negatif atau keduanya. Adapun uji Durbin Watson hanya digunakan untuk autokorelasi tingkat satu (*first-order autoregressive*) AR(1) dan mensyaratkan adanya *intercept* (konstanta) dalam model regresi (W. Mendenhall &

McClave, 1981). Seperti penelitian yang telah dilakukan oleh (Krämer & Zeisel, 1990) ketika model regresi memuat *intercept* akan menghasilkan nilai dugaan autokorelasi yang relatif lebih rendah. Berdasarkan beberapa penjelasan tentang metode Durbin Watson tersebut penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang bagaimana menerapkan metode Durbin Watson dalam mengatasi Autokorelasi yang terjadi pada model regresi linier sederhana dengan menggunakan prosedur Cochran-Orcutt, Hildreth-Lu dan *First Differences*.

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data yang dikutip dari buku *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition* yaitu tentang jumlah tagihan periklanan dalam ribuan dolar (Y) dan jumlah waktu pekerja dalam ribuan jam (X) pada kurun waktu 20 bulan. Pemeriksaan autokorelasi pada data dilakukan dengan menggunakan statistik uji Durbin Watson yang diterapkan dalam prosedur pengujian hipotesis. Secara umum interpretasi dari statistik uji Durbin Watson didefinisikan sebagai berikut:

1. Jika galat tidak berkorelasi maka $d = 2$
2. Jika galat berkorelasi positif maka $d < 2$
3. Jika galat berkorelasi negatif maka $d > 2$

Hipotesis pengujian dalam uji Durbin Watson terdiri atas dua macam yaitu pengujian satu arah dan dua arah, berikut penjelasannya:

1. Pengujian satu arah
 H_0 : Galat tidak berkorelasi
 H_1 : Galat berkorelasi positif (atau H_1 : Galat berkorelasi negatif)
2. Pengujian dua arah
 H_0 : Galat tidak berkorelasi
 H_1 : Galat berkorelasi positif atau negatif

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2}$$

Adapun aturan keputusan dalam pengambilan kesimpulan adalah sebagai berikut:

- a. Tolak H_0 jika $d < d_{L;\alpha}$ atau $d > 4 - d_{L;\alpha}$ untuk H_1 : Galat berkorelasi negatif (satu arah)
- b. Terima H_0 jika $d > d_{U;\alpha}$ atau $d < 4 - d_{U;\alpha}$ untuk H_1 : Galat berkorelasi negatif (satu arah)
- c. Tidak dapat disimpulkan jika $d_{L;\alpha} \leq d \leq d_{U;\alpha}$ atau $d_{L;\alpha} \leq 4 - d \leq d_{U;\alpha}$ untuk H_1 : Galat berkorelasi negatif (satu arah)
- d. Tolak H_0 jika $d < d_{L;\alpha/2}$ atau $4 - d < d_{L;\alpha/2}$ (dua arah)
- e. Terima H_0 jika $d_{U;\alpha/2} < d < 4 - d_{U;\alpha/2}$ (dua arah)
- f. Tidak dapat disimpulkan jika $d_{L;\alpha/2} \leq d \leq d_{U;\alpha/2}$ atau $d_{L;\alpha/2} \leq 4 - d \leq d_{U;\alpha/2}$ (dua arah)

dimana $d_{L;\alpha}$ adalah nilai batas bawah dan $d_{U;\alpha}$ adalah nilai batas atas yang diperoleh dari tabel Durbin Watson berdasarkan k variabel prediktor dan n pengamatan (Mendenhall dan Sincich, 2012).

Penerapan metode Durbin Watson dalam mengatasi autokorelasi dapat dilakukan dengan melakukan transformasi terhadap variabel respon dan variabel prediktor yang melibatkan pendugaan koefisien parameter autokorelasi $\hat{\rho}$. Prosedur yang akan digunakan sebagai tahapan dalam menentukan maupun pemilihan dugaan koefisien parameter autokorelasi $\hat{\rho}$, yaitu prosedur

Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu dan *First Differences*. Berikut merupakan masing-masing langkah penanganan pelanggaran asumsi pada ketiga metode:

1. Prosedur Cochrane-Orcutt

Prosedur Cochrane-Orcutt dilakukan dengan iterasi dalam 3 tahap yaitu sebagai berikut:

- a) Menduga nilai koefisien parameter autokorelasi $\hat{\rho}$

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n e_{t-1} e_t}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2}$$

- b) Menghitung nilai Y_t^* dan X_t^* .

- c) Menentukan dugaan fungsi regresi dari transformasi model, dengan menerapkan OLS dalam menentukan dugaan fungsi regresi.

Menguji dengan Durbin Watson untuk menentukan apakah perlu dilakukan iterasi, dengan kata lain menghiung statistik Durbin Watson, Apabila masalah autokorelasi teratasi maka proses selesai. Namun, apabila masalah belum teratasi, lakukan proses dari awal dengan menghitung kembali nilai $\hat{\rho}$ dari persamaan hasil transformasi, dan seterusnya.

2. Prosedur Hildreth-Lu

Prosedur Hildreth-Lu dilakukan dengan memperkirakan parameter autokorelasi ρ untuk digunakan sebagai transformasi. Nilai ρ dipilih dengan melihat nilai *Sum Square Error* (SSE) pada model regresi yang ditransformasi yang menghasilkan nilai minimum. Tahapan prosedur Hildreth-Lu adalah sebagai berikut:

- Menentukan spesifikasi nilai-nilai ρ , dimulai dengan 0.1, 0.2, ..., 0.9.
- Menentukan SSE untuk setiap nilai ρ yang telah ditentukan.
- Memilih ρ berdasarkan SSE yang menghasilkan nilai minimum.
- Menentukan spesifikasi nilai ρ disekitar nilai ρ yang telah dipilih sampai diperoleh nilai SSE yang paling minimum.

3. Prosedur First Differences

Prosedur *First Differences* dilakukan dengan mengasumsikan bahwa $\rho = 1$, sehingga pada persamaan pendugaan parameter regresi sederhana dapat dituliskan menjadi (Kutner, *et al.*, 2005):

$$\beta_0^* = \beta_0(1 - \rho) = 0$$

Oleh karena itu model regresi hasil transformasi persamaan (2.32) menjadi seperti berikut ini:

$$Y_t^* = \beta_1^* X_t^* + u_t$$

dengan:

$$\begin{aligned} Y_t^* &= Y_t - Y_{t-1} \\ X_t^* &= X_t - X_{t-1} \\ \beta_1^* &= \beta_1 \end{aligned}$$

Dugaan fungsi regresi pada variabel transformasi dapat dikembalikan ke variabel *original* yang mengikuti persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t^* &= b_1^* X_t^* + u_t \\ \hat{Y} &= b_0 + b_1 X \end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{Y}_t - b_1^* \bar{X} \\ b_1 &= b_1^* \end{aligned}$$

Analisis regresi merupakan suatu teknik statistika yang digunakan untuk menganalisis

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pendugaan Parameter OLS

OLS merupakan suatu metode yang digunakan untuk menaksir parameter regresi dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat error dari model regresi. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan untuk pengujian parameter secara simultan diperoleh bahwa:

$$F_{hit} = \frac{[\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2]/1}{[\sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2]/[20 - 2]} = \frac{14851,47}{0,398118} = 37304,17$$

karena $F_{hit} = 37304,17 > F(0,95; 1,18) = 4,414$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain model regresi yang didapatkan layak dan dapat diterima.

Selanjutnya, dilakukan pengujian parsial dan dari hasil perhitungan diperoleh sebagai berikut:

a. Parameter β_0

$$t_{hit} = \frac{b_0}{s\{b_0\}} = \frac{93,686}{0,823} = 113,846$$

karena $t_{hit} = 113,846 > t(0,975; 18) = 1,734$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_0 \neq 0$, dengan kata lain koefisien intersep memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

b. Parameter β_1

$$t_{hit} = \frac{b_1}{s\{b_1\}} = \frac{50,880}{0,263} = 193,143$$

karena $t_{hit} = 193,143 > t(0,975; 18) = 1,734$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain variabel prediktor X memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

Berdasarkan uji simultan dan parsial yang telah dilakukan maka dugaan persamaan model regresi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 93,686 + 50,880X$$

Perhitungan Uji Durbin Watson

Hasil perhitungan yang diperoleh pada nilai statistik uji Durbin Watson adalah sebagai berikut:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2} = 0,974$$

Berdasarkan taraf signifikansi 5% diperoleh bahwa $d = 0,974 < d_{L;\alpha} = 1,2051$, oleh karena itu H_0 ditolak. Hal ini mengartikan bahwa galat berkorelasi positif dengan kata lain terjadi autokorelasi, sehingga perlu dilakukan tindakan perbaikan model dengan menggunakan Metode Durbin Watson berdasarkan prosedur Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu dan *First Differences*.

Perhitungan Metode Durbin Watson Berdasarkan Prosedur Cochrane-Orcutt

Proses perhitungan Metode Durbin Watson dengan menggunakan prosedur Cochrane-Orcutt adalah menentukan nilai koefisien autokorelasi yang diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n e_{t-1}e_t}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2} = \frac{2,201882}{6,634} = 0,332$$

Selanjutnya setelah diperoleh nilai $\hat{\rho}$ maka dapat dilakukan pengujian hipotesis untuk melihat apakah masih terjadi pelanggaran autokorelasi. Statistik uji Durbin Watson yang diperoleh adalah sebesar:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2} = 1,761$$

Berdasarkan taraf signifikansi 5% diperoleh bahwa $d = 1,761 > d_{U;\alpha} = 1,4012$, oleh karena itu H_0 diterima. Hal ini mengartikan bahwa galat tidak berkorelasi dengan kata lain tidak terjadi autokorelasi.

Hasil uji signifikansi parameter model regresi pada uji serentak diperoleh nilai sebagai berikut:

$$F_{hit} = \frac{[\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2]/1}{[\sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2]/[20 - 2]} = \frac{7678,68}{0,20667} = 37154,9151$$

karena $F_{hit} = 37154,9151 > F(0,95; 1,18) = 4,51$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain model regresi yang didapatkan layak dan dapat diterima. Selanjutnya, dilakukan pengujian parsial dan dari hasil perhitungan diperoleh sebagai berikut:

a. Parameter β_0

$$t_{hit} = \frac{b_0}{s\{b_0\}} = \frac{63,384}{0,559} = 113,357$$

karena $t_{hit} = 113,357 > t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_0 \neq 0$, dengan kata lain koefisien intersep memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

b. Parameter β_1

$$t_{hit} = \frac{b_1}{s\{b_1\}} = \frac{50,547}{0,262} = 192,756$$

karena $t_{hit} = 192,756 > t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain variabel prediktor X memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

Berdasarkan uji simulan dan parsial yang telah dilakukan maka dugaan persamaan model regresi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{Y}^* = 63,384 + 50,547X^*$$

Apabila ditransformasi kembali menjadi variabel *original* sesuai dengan akan diperoleh dugaan persamaan model seperti di bawah ini:

$$\hat{Y} = 94,873 + 50,547X$$

Perhitungan Metode Durbin Watson Berdasarkan Prosedur Hildreth-Lu

Proses perhitungan Metode Durbin Watson dengan menggunakan prosedur Hildreth-Lu adalah menentukan nilai koefisien autokorelasi dengan memilih dugaan koefisien autokorelasi berdasarkan nilai SSE yang paling minimum. Pada Tabel 1 menyajikan spesifikasi dugaan nilai koefisien autokorelasi disertai nilai SSE. Selanjutnya dilakukan pengujian hipotesis untuk melihat apakah masih terjadi pelanggaran autokorelasi. Statistik uji Durbin Watson yang diperoleh adalah sebesar:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2} = 1,968$$

Berdasarkan taraf signifikansi 5% diperoleh bahwa $d = 1,968 > d_{U;\alpha} = 1,4012$, oleh karena itu H_0 diterima. Hal ini mengartikan bahwa galat tidak berkorelasi dengan kata lain tidak terjadi autokorelasi.

TABEL 1. Nilai $\hat{\rho}$ berdasarkan prosedur Hildreth-Lu

ρ	SSE
0,1	4,044978
0,3	3,551113
0,4	3,468497
0,41	3,465951
0,43	3,463923
0,44	3,464438
0,45	3,465969
0,46	3,468515
0,47	3,472078
0,48	3,476657
0,49	3,482254
0,5	3,488872
0,6	3,612648
0,7	3,851114
0,8	4,229158
0,9	4,777163

Selanjutnya melakukan uji signifikansi parameter model regresi secara simultan dan parsial. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan diperoleh bahwa statistik uji pengujian hipotesis secara simultan adalah sebagai berikut:

$$F_{hit} = \frac{[\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2]/1}{[\sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2]/[20 - 2]} = \frac{6426,75}{0,20376} = 31540,73$$

karena $F_{hit} = 31540,73 > F(0,95; 1,18) = 4,51$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain model regresi yang didapatkan layak dan dapat diterima. Selanjutnya, dilakukan pengujian parsial dan dari hasil perhitungan diperoleh sebagai berikut:

a. Parameter β_0

$$t_{hit} = \frac{b_0}{s\{b_0\}} = \frac{54,243}{0,521} = 104,177$$

karena $t_{hit} = 104,177 > t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_0 \neq 0$, dengan kata lain koefisien intersep memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

b. Parameter β_1

$$t_{hit} = \frac{b_1}{s\{b_1\}} = \frac{50,466}{0,284} = 177,597$$

karena $t_{hit} = 177,597 > t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain variabel prediktor X memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

Berdasarkan uji simultan dan parsial yang telah dilakukan maka dugaan persamaan model regresi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{Y}^* = 54,243 + 50,466X^*$$

Apabila ditransformasi kembali menjadi variabel *original* sesuai dengan persamaan (2.39) maka akan diperoleh dugaan persamaan model seperti di bawah ini:

$$\hat{Y} = 95,164 + 50,466X$$

Perhitungan Metode Durbin Watson Berdasarkan Prosedur *First Differences*

Proses perhitungan Metode Durbin Watson dengan menggunakan prosedur *First Differences* adalah menentukan nilai koefisien autokorelasi dengan mengasumsikan dugaan koefisien autokorelasi $\hat{\rho} = 1$. Selanjutnya melakukan pengujian hipotesis untuk melihat apakah masih terjadi pelanggaran autokorelasi. Statistik uji Durbin Watson yang diperoleh adalah sebesar:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2} = 2,425$$

Berdasarkan taraf signifikansi 5% diperoleh bahwa $d = 2,425 < 4 - d_{U,\alpha} = 2,5988$, oleh karena itu H_0 diterima. Hal ini mengartikan bahwa galat tidak berkorelasi dengan kata lain tidak terjadi autokorelasi.

Selanjutnya melakukan uji signifikansi parameter model regresi secara simultan dan parsial. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan diperoleh bahwa statistik uji pengujian hipotesis secara simultan adalah sebagai berikut:

$$F_{hit} = \frac{[\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2]/1}{[\sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2]/[20 - 2]} = \frac{4488,9323}{0,32435} = 13839,7194$$

karena $F_{hit} = 13839,7194 > F(0,95; 1,18) = 4,51$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain model regresi yang didapatkan layak dan dapat diterima. Selanjutnya, dilakukan pengujian parsial dan dari hasil perhitungan diperoleh sebagai berikut:

a. Parameter β_0

$$t_{hit} = \frac{b_0}{s\{b_0\}} = \frac{0,1673}{0,133} = 1,258$$

karena $t_{hit} = 1,258 < t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_0 = 0$, dengan kata lain koefisien intersep tidak memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan tidak dapat disertakan dalam model.

b. Parameter β_1

$$t_{hit} = \frac{b_1}{s\{b_1\}} = \frac{50,065}{0,426} = 117,642$$

karena $t_{hit} = 117,597 > t(0,975; 17) = 2,110$ dapat disimpulkan bahwa $\beta_1 \neq 0$, dengan kata lain variabel prediktor X memiliki kontribusi terhadap model yang diperoleh dan dapat disertakan dalam model.

Berdasarkan uji simultan dan parsial yang telah dilakukan maka dugaan persamaan model regresi dapat dituliskan sebagai berikut:

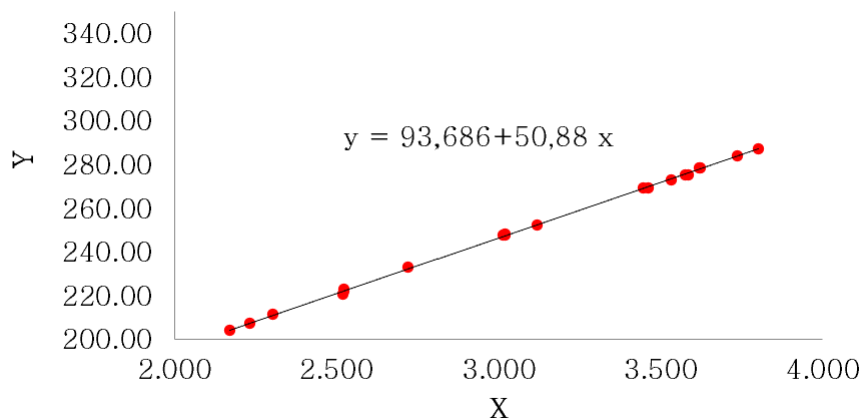
$$\hat{Y}^* = 50,065X^*$$

Apabila ditransformasi kembali menjadi variabel *original* sesuai dengan persamaan (2.39) maka akan diperoleh dugaan persamaan model seperti di bawah ini:

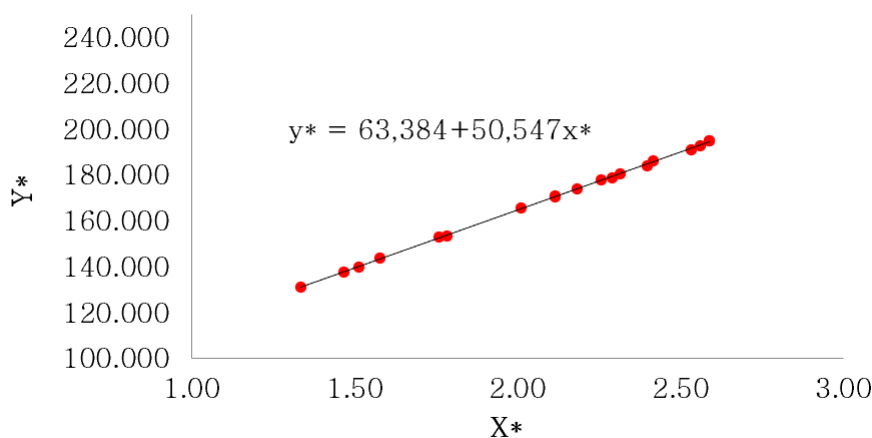
$$\hat{Y} = 50,065X$$

Pengaruh Pendugaan Estimasi Parameter Berdasarkan Prosedur Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu dan First Differences Pada Metode Durbin Watson

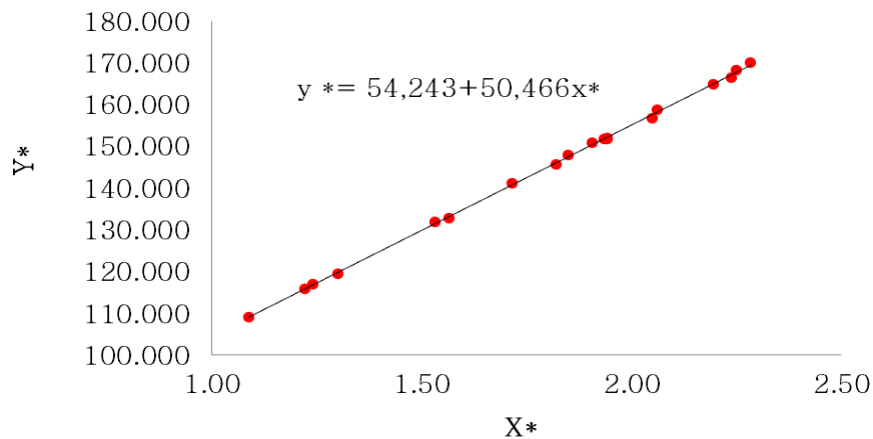
Adanya autokorelasi mengakibatkan pendugaan parameter regresi tidak menghasilkan nilai yang sebenarnya. Selain itu menyebabkan nilai standar *error* lebih kecil dari nilai yang sebenarnya (*underestimated*). Pada dasarnya setelah dilakukan perhitungan pada ketiga prosedur dan OLS menghasilkan dugaan parameter yang tidak jauh berbeda, begitu juga nilai standar *error* dan MSE. Apabila ditinjau berdasarkan plot estimasi garis regresinya pada ketiga prosedur serta metode OLS dapat dilihat pada gambar berikut.



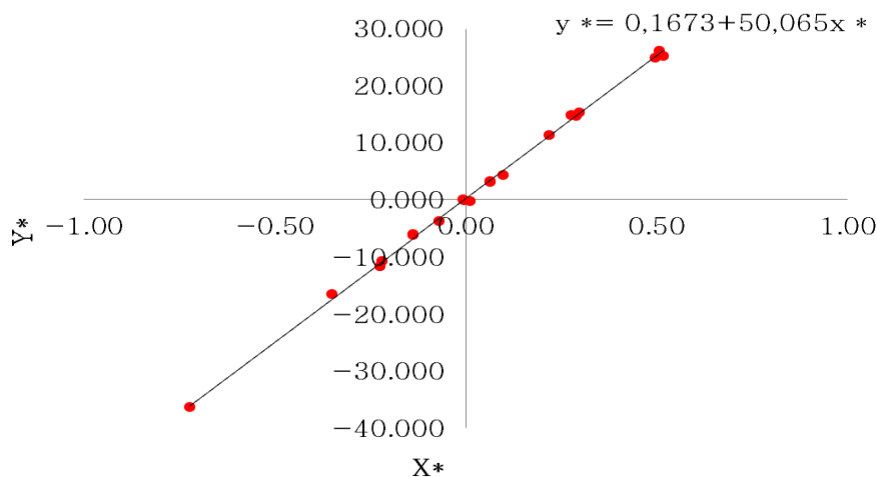
GAMBAR 1. Plot estimasi garis regresi metode OLS



GAMBAR 2. Plot estimasi garis regresi Cocrane-Orcutt



GAMBAR 3. Plot estimasi garis regresi Hildreth-Lu



GAMBAR 4. Plot estimasi garis regresi *first differences*

Berdasarkan gambar diatas menunjukkan bahwa ketiga prosedur serta metode OLS memiliki titik pencar yang berada disekitar garis regresi. Apabila dikaji secara plot estimasi garis regresinya dapat dikatakan bahwa varian yang diperoleh metode OLS tidak menghasilkan nilai yang lebih besar atau kecil apabila dibandingkan dengan plot dari ketiga prosedur. Secara langsung, tidak dapat juga menyimpulkan bahwa bahwa galat berkorelasi antar pengamatan sebelum dan sesudahnya. Oleh karena itu, tindakan selanjutnya adalah melakukan pengujian Durbin Watson serta menerapkan Metode Durbin Watson berdasarkan ketiga prosedur.

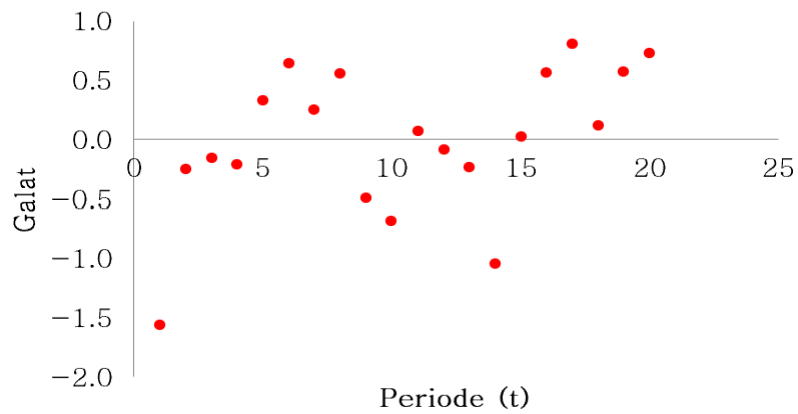
Hasil perhitungan metode Durbin Watson menggunakan ketiga prosedur serta perhitungan OLS dapat disajikan secara rinci pada Tabel 2. Pemilihan parameter yang terbaik dilihat pada nilai MSE yang minimum, hal ini dikarenakan varian yang minimum dapat dilihat dari nilai MSE yang minimum.

TABEL 2. Perbandingan Pendugaan Parameter

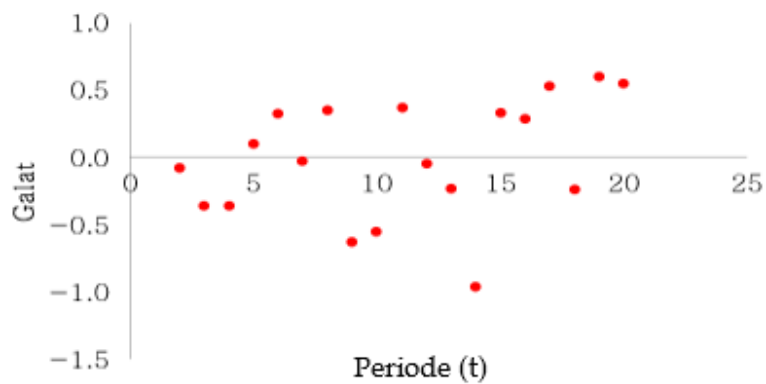
Prosedur	b_1	$s\{b_1\}$	ρ	MSE
Cochrane-Orcutt	50,547	0,262	0,332	0,207
Hildreth-Lu	50,466	0,284	0,430	0,204
First differences	50,065	0,426	1,000	0,324

OLS	50,880	0,263	-	0,398
-----	--------	-------	---	-------

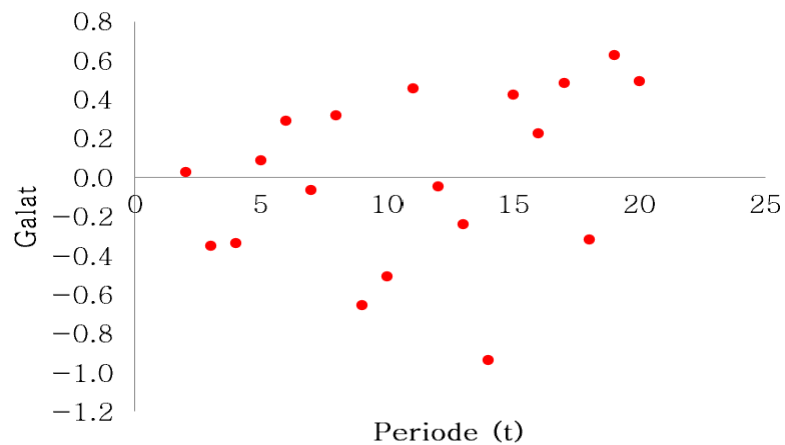
Selanjutnya untuk melihat bagaimana pola tiap galat yang dihasilkan ketiga prosedur serta OLS dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



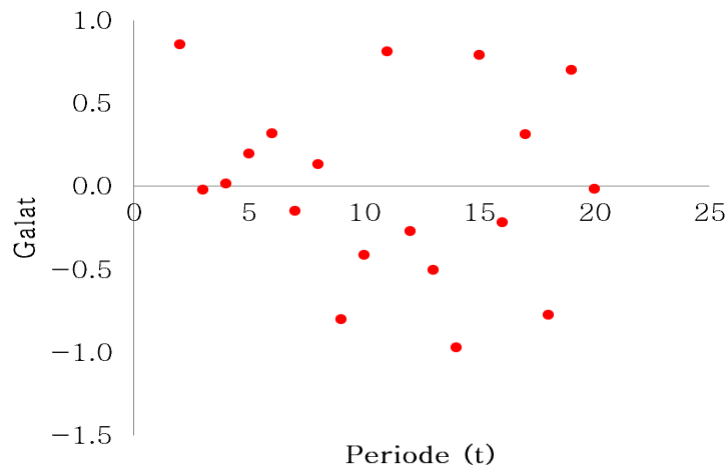
GAMBAR 5. Plot galat berkorelasi positif



GAMBAR 6. Plot galat berdasarkan prosedur Cochrane-Orcutt



GAMBAR 7. Plot galat berdasarkan prosedur Hildreth-Lu



GAMBAR 8. Plot galat berdasarkan prosedur *first differences*

Berdasarkan setiap gambar plot di atas dapat kita katakan bahwa setiap galat memiliki bentuk pola yang hampir sama. Namun, jika kita lihat lagi untuk setiap titik-titik pencarnya dapat dikatakan bahwa ketiga prosedur memiliki titik pencar yang lebih menyebar dibandingkan OLS. Hal ini dikarenakan sudah tidak terjadi lagi galat yang berkorelasi positif. Selanjutnya diantara ketiga prosedur dapat dilihat bahwa prosedur Cochrane-Orcutt dan Hildreth-Lu memiliki pola yang mendekati sama. Apabila diambil kesimpulan berdasarkan gambar diatas hal ini cukup membingungkan. Oleh karena itu untuk mengambil kesimpulan yang lebih tepat dapat di tinjau lagi dengan menggunakan Tabel 2.

Pada dasarnya nilai standar *error* untuk prosedur Cochrane-Orcutt dan OLS memiliki nilai yang paling kecil, sedangkan akibat terjadinya autokorelasi itu sendiri adalah nilai standar *error* yang *underestimated*. Hal ini jelas bahwa pendugaan parameter regresi dengan menggunakan prosedur Cochrane-Orcutt dan OLS tidak tepat jika digunakan sebagai kesimpulan akhir. Apabila prosedur *first differences* yang dipilih karena menghasilkan standar *error* yang paling besar, hal ini tidak memungkinkan karena menghasilkan MSE yang besar juga. Oleh karena itu sebagai kemungkinan terbaik dari ketiga prosedur tersebut adalah prosedur Hildreth-Lu dengan MSE yang paling kecil dan juga standar *error* yang relatif lebih besar. Selain itu, proses perhitungan untuk memperoleh pendugaan koefisien autokorelasi lebih lama sampai terpilih yang menghasilkan nilai SSE terkecil.

Selanjutnya apabila ditinjau dari kelayakan model berdasarkan uji F dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

TABEL 3. Hasil uji kelayakan model berdasarkan uji F

Prosedur	Uji F	Kesimpulan	Dugaan Model
Cochrane-Orcutt	H_0 ditolak	Model layak	$\hat{Y} = 94,873 + 50,547X$
Hildreth-Lu	H_0 ditolak	Model layak	$\hat{Y} = 95,164 + 50,466X$
First differences	H_0 ditolak	Model layak	$\hat{Y} = 50,065X$
OLS	H_0 ditolak	Model layak	$\hat{Y} = 93,686 + 50,880X$

Pada umumnya berdasarkan Tabel 3 menunjukan bahwa semua model yang dihasilkan OLS dan ketiga prosedur dapat digunakan untuk memprediksi. Namun, dalam hal ini jika dipaksakan menggunakan OLS tidak memungkinkan karena mengalami pelanggaran asumsi autokorelasi

meskipun nilai dugaannya tidak jauh berbeda dari ketiga prosedur. Oleh karena itu untuk menyimpulkan hal ini dengan melihat kembali Tabel 2.

KESIMPULAN

Autokorelasi terjadi ketika galat antar pengamatan sebelum $(t - 1)$ dan sesudahnya (t) saling berkorelasi secara signifikan. Metode Durbin Watson merupakan metode untuk mengatasi adanya autokorelasi dengan cara memperbaiki model melalui dugaan parameter yang dihasilkan oleh prosedur Cochran-Orcutt, Hildreth-Lu dan *first differences*. Berdasarkan data yang digunakan dalam penulisan ini metode Durbin Watson dengan menggunakan ketiga prosedur mampu menghilangkan autokorelasi dan menghasilkan nilai dugaan parameter yang lebih baik. Hal ini dilihat dari besarnya nilai MSE yang dihasilkan. Berdasarkan ketiga prosedur tersebut, yang menghasilkan kemungkinan terbaik adalah Hildreth-Lu, karena dengan mempertimbangkan nilai standar *error* dan nilai MSE yang terkecil yaitu 0,204.

DAFTAR PUSTAKA

- Cessie, S. L., & Houwelingen, J. V. (1992). Ridge estimators in logistic regression. *Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics*, 41(1), 191–201.
- Fathurahman, M. (2011). Estimasi Parameter Model Regresi Spline. *Jurnal Eksponensial*, 2(1), 53–58. <https://doi.org/10.30864/jsi.v14i2.305>
- Fernandes, A. A. R. (2022). Metode Analisis Data Penelitian: Pendekatan Regresi. In *Jurnal Bumigora Information Technology (BITE)* (Issue 2). Universitas Brawijaya Press. <https://doi.org/10.30812/bite.v4i2.2104>
- King, M. L. (1981). The alternative Durbin-Watson test: An assessment of Durbin and Watson's choice of test statistic. *Journal of Econometrics*, 17(1), 51–66.
- Krämer, W., & Zeisel, H. (1990). Finite sample power of linear regression autocorrelation tests. *Journal of Econometrics*, 43(3), 363–372. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90125-D](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90125-D)
- Kurniawan, R., & Yuniarto, B. (2016). Analisis Regresi: Dasar dan Penerapannya dengan R. In *Journal of Mathematics, Computations and Statistics* (Issue 2). Prenada Media. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v5i2.36956>
- Kusdarwati, H., Effendi, U., & Handoyo, S. (2022). Analisis Deret Waktu Univariat Linier: Teori dan Terapannya dengan Rstudio. In *International Journal of Advanced Computer Science and Applications* (Issue 2). Universitas Brawijaya Press.
- Mendenhall, W. M., & Sincich, T. L. (2016). Statistics for Engineering and the Sciences. In *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan* / (Issue 4). CRC Press.
- Mendenhall, W., & McClave, J. T. (1981). A second course in business statistics: Regression analysis. In *Seminar Nasional Teknologi Komputer & Sains (SAINTEKS)* (Issue 3). San Francisco: Dellen.
- Mendenhall, W., Sincich, T., & Boudreau, N. S. (2018). A second course in statistics: regression analysis (Vol. 6). In *JURNAL TEKNOLOGI INFORMASI: Teori, Konsep dan Implementasi* (Vol. 9, Issue 1). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Miller, S., & Startz, R. (2018). Feasible Generalized Least Squares Using Machine Learning. SSRN 2966194. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2966194>

- Nugraha, B. (2022). Pengembangan uji statistik: Implementasi metode regresi linier berganda dengan pertimbangan uji asumsi klasik. In *Applied Mathematics and Computation* (Issue 9). Pradina Pustaka. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.10.053>
- Purba, S. A. dan S. J. E. (2021). The Application of Fisher Scoring Algorithm on Parameter Estimation of Normal Distributed Data. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology*, 3(1), 20–24. <https://doi.org/10.32734/jormtt.v3i1.8345>
- Salam, N., Sukmawaty, Y., & Halida, A. (2022). Estimasi Model Regresi Nonparametrik Dengan Metode B-Spline. *Media Bina Ilmiah*, 16(10), 7631–7638. <https://doi.org/10.33578/mbi.v16i10.15>
- Setyawan, A., Hadijati, M., & Switrayni, N. W. (2019). Analisis masalah heteroskedastisitas menggunakan generalized least square dalam analisis regresi. *Eigen Mathematics Journal*, 2(2), 61–72. <https://doi.org/10.29303/EMJ.V1I2.43>
- Simarmata, J. E., Bete, H., & Purba, S. A. (2021). Application of Expectation Maximization Algorithm in Estimating Parameter Values of Maximum Likelihood Model. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology (JoRMTT)*, 3(1), 34–39. <https://doi.org/10.32734/jormtt.v3i1.8331>
- Smadi, A. A., & Abu-Afouna, N. H. (2012). On Least Squares Estimation in a Simple Linear Regression Model with Periodically Correlated Errors: A Cautionary Note. *Austrian Journal of Statistics*, 41(3), 211–226. <https://doi.org/10.17713/ajs.v41i3.175>
- Sukestiyarno, Y. L., & Agoestanto, A. (2017). Batasan prasyarat uji normalitas dan uji homogenitas pada model regresi linear. *Unnes Journal of Mathematics*, 6(2), 168–177. <https://doi.org/10.15294/UJM.V6I2.11887>
- Susanti, D. S., Sukmawaty, Y., & Salam, N. (2019). Analisis Regresi dan Korelasi. In *TIN: Terapan Informatika Nusantara* 2(4) (Issue 2). IRDH. <https://doi.org/10.36080/ag.v8i2.1158>
- Syilfi, S., Ispriyanti, D., & Safitri, D. (2012). Analisis Regresi Linier Piecewise Dua Segmen. *Jurnal Gaussian*, 1(1), 219–228. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.1.1.219-228>