

Solusi Numerik dari Sistem Keuangan Kacau Menggunakan Metode Improved Runge Kutta Order Tiga

Elsa Alona Victoria Tarigan¹, Yulita Molliq Rangkuti^{2,a)}

¹*Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan ilmu pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan*

^{a)}yulitamolliq@unimed.ac.id

Abstrak. Sistem Keuangan Kacau dapat dimodelkan ke dalam sistem persamaan diferensial non linear model matematika. Solusi dari sistem persamaan diferensial non linear dapat diperoleh dengan metode iterasi. Salah satu metode iterasi yang digunakan untuk menyelesaikan artikel ini adalah Improved Runge Kutta. Metode Improved Runge Kutta Order Tiga ini memperkenalkan istilah baru k_{-1} , yang di hitung menggunakan k_1 , ($i > 2$) dari langkah sebelumnya dan memiliki jumlah evaluasi fungsi yang lebih rendah daripada metode Runge Kutta. Artikel ini menunjukkan bahwa sistem keuangan kacau dapat diselesaikan menggunakan metode Improved Runge Kutta Order Tiga. Dari hasil perhitungan diperoleh bahwa solusi menggunakan Metode Improved Runge Kutta Order Tiga memiliki solusi yang mendekati solusi RK3.

Kata Kunci: Metode Improved Runge Kutta Order Tiga; Model Keuangan Kacau

Abstract. Chaotic financial system can be modeled into a system of non-linear differential equations mathematical model. The solution of the non-linear system of differential equations can be obtained by the iteration method. One iteration method used to complete this research is Improved Runge Kutta. This Third-Order Improved Runge-Kutta Method introduces a new term k_{-1} , which is calculated using k_1 , ($i > 2$) from the previous step and has a lower number of function evaluations than the Runge Kutta method. This study shows that the chaotic financial system can be solved using the Improved Runge Kutta Order Three method. From the calculation results, it is found that the solution using the Third-Order Improved Runge-Kutta Method has a solution that is close to the RK3 solution.

Keywords: Third-Order Improved Runge-Kutta Method, Finance Chaotic Model.

PENDAHULUAN

Perubahan ekonomi perubahan dalam kondisi ekonomi suatu periode waktu tertentu. Suatu kondisi ekonomi didefinisikan sebagai suatu keseimbangan tertentu dalam perekonomian pada suatu waktu tertentu dengan tingkat bunga dan tingkat pendapatan yang diperlukan untuk pasar uang, pasar barang, dan pasar internasional untuk berfungsi secara normal. Keseimbangan pendapatan di suatu negara ditentukan oleh tingkat bunga dari uang, tingkat harga barang dan jasa, dan nilai atau nilai tukar mata uang asing. Lembaga perbankan yang ada di pasar uang cenderung untuk juga terlibat dalam sektor-sektor ekonomi yang beroperasi dalam ekonomi yang berbeda saldo. Lembaga perbankan selalu menyesuaikan diri dalam menanggapi perubahan dalam perekonomian, baik itu ketika ekonomi tidak seimbang atau pada saat itu dalam kondisi lebih stabil. Jika bank tidak dapat menyesuaikan kinerjanya dengan perubahan kondisi ekonomi, maka akan mengalami kesulitan untuk melakukan bisnis. Kesulitan bank-bank yang tidak dapat beradaptasi dengan perubahan ekonomi tidak hanya dipengaruhi oleh risiko suku bunga, tetapi juga oleh risiko kredit, yang diwujudkan dalam kredit yang rendah pemulihan, yang pada gilirannya mempengaruhi risiko likuiditas dan profitabilitas. Sulit bagi bank untuk mengimbangi dampak dari pasar internasional perubahan dampak pada arus modal. Manajer Bank harus akrab dengan makroekonomi, mikroekonomi, ekonomi internasional, ekonomi moneter, dan konsep ekonomi lainnya, selain menjadi berpengetahuan tentang ekonomi manajemen dan akuntansi (Sudirman, 2013).

Krisis Keuangan Global pada tahun 2008-2009 adalah krisis keuangan terburuk dalam 80 tahun terakhir, namun dunia ekonom menyebutnya ibu dari semua krisis. Krisis keuangan yang dimulai dengan terjadinya subprime mortgage di AS memiliki dampak yang lebih luas pada sektor keuangan krisis. Masalah ini semakin parah dan mempengaruhi berbagai negara di seluruh dunia. Hal ini juga memiliki dampak negatif pada ekonomi AS. Krisis keuangan yang rusak di Indonesia sektor keuangan, serta sektor riil. (Sugema, 2012). Krisis moneter di Indonesia diawali oleh euforia dan keajaiban ekonomi, yang kemudian diikuti oleh perkembangan yang muncul yang menunjukkan tanda-tanda gelembung. Misalnya, perluasan real estate dan pasar saham adalah investasi yang sangat besar dan luar biasa. Dalam situasi ini, ada banyak gejolak yang menyebabkan banyak penderitaan. Hal ini disebabkan menular efek dari masalah sistemik. Krisis pertama terjadi di sektor keuangan, kemudian melebar menjadi krisis ekonomi yang secara sistemik melebar menjadi krisis sosial, politik dan akhirnya krisis kepemimpinan nasional. Banyak negara di Asia yang mengalami pelebaran krisis ekonomi, dengan Indonesia menjadi tidak terkecuali. Krisis ini kemungkinan akan semakin memburuk dalam beberapa bulan mendatang, karena ekonomi global terus melemah (Karmeli, 2008).

Salah satu pendekatan untuk menjelaskan solusi dari permasalahan yang terjadi dalam dunia nyata adalah memodelkan atau merumuskan permasalahan nyata ke dalam bahasa matematika, maka untuk mengetahui dinamika sistem keuangan baru, dibuat suatu pemodelan matematika sehingga diharapkan dapat digunakan untuk membantu mencari solusi terkait dengan dinamika sistem kekacauan keuangan baru tersebut. Pada tahun 2019, Sundarapandian Vaidyanathan, Aceng Sambas, Sezgin Kacar dan Unal Cavusogiu mengusulkan model chaos keuangan baru dengan variabel keadaan sebagai tingkat bunga, permintaan investasi, dan indeks harga.

Dinamik Sistem Keuangan menggambarkan bagaimana berbagai faktor yang mempengaruhi jalurnya berinteraksi. Sistem Keuangan di pengaruhi oleh berbagai faktor yaitu : Suku Bunga (x) yang merupakan persentase dari pokok pinjaman yang dibayarkan sebagai biaya (bunga) dalam jangka waktu tertentu, Permintaan Investasi (y) merupakan jumlah permintaan yang berkaitan dengan perbelanjaan dalam kegiatan produksi atau pada sesuatu yang bertujuan untuk berinvestasi untuk menghasilkan keuntungan, Indeks Harga (z) merupakan persentase dari harga rata-rata pada waktu tertentu dibandingkan harga rata-rata waktu dasar, Tabungan (a) merupakan simpanan yang dibuat dengan menekan kegiatan konsumsi untuk mendapatkan konsumsi yang lebih baik di masa mendatang, Biaya investasi (b) adalah biaya yang dikeluarkan untuk setiap unit investasi, Elastisitas permintaan (c) merupakan ukuran kepekaan perubahan jumlah permintaan terhadap perubahan harga (perbandingan antara persentase jumlah permintaan dan persentase perubahan harga). Faktor-faktor diatas saling mempengaruhi satu sama lain dan menyebabkan terjadinya fenomena-fenomena pada sistem keuangan yang dapat digambarkan dalam model matematika.

Fenomena-fenomena tersebut antara lain: Perubahan tingkat suku bunga ($\frac{dx}{dt}$) dalam sistem keuangan yang dipengaruhi oleh harga dari instrumen keuangan, jumlah bunga yang dibayar pada investasi dan jumlah bunga yang masih harus dibayar pada tabungan. Jika suku bunga yang tinggi pada waktu tertentu, harga instrumen keuangan akan rendah. Suku bunga yang tinggi menyebabkan orang lebih memilih untuk menabung daripada berinvestasi, sehingga jumlah bunga yang diperoleh pada semua investasi dengan meminjam uang di bank akan rendah, dan jumlah bunga yang dibayarkan pada semua tabungan akan tinggi. Jika kondisi tetap sama, total produksi dan konsumsi dalam masyarakat akan menjadi sama. Akibatnya, uang yang beredar di masyarakat menurun, sementara uang di bank meningkat. Jika kondisi ini terus berlanjut, berikutnya tingkat bunga menurun akan dibuat dalam rangka untuk terus memberikan konsumsi publik. Jika suku bunga sedang rendah, harga instrumen keuangan akan tinggi. Suku bunga rendah mendorong orang untuk berinvestasi daripada menyimpan, sehingga total bunga

yang dibayar pada semua investasi dengan meminjam uang di bank akan tinggi dan total bunga tabungan yang diterima oleh semua penabung di bank akan rendah. Di bawah kondisi ini, total aktivitas produksi akan meningkat meski sama-sama total konsumsi di masyarakat tetap tidak berubah. Karena banyak uang yang akan beredar di masyarakat, dunia usaha akan dapat meminjam uang dengan lebih mudah, dan bank-bank akan memiliki lebih sedikit uang untuk meminjamkan. Jika kondisi ini terus berlanjut, bank dapat meningkatkan tingkat suku bunga pada periode berikutnya untuk mencegah inflasi.

Tingkat permintaan investasi $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ dalam sistem keuangan dipengaruhi oleh tingkat keuntungan investasi yang tinggi, dan suku bunga rendah, dan biaya dari semua investasi. Jika tingkat bunga pada waktu tertentu adalah sangat tinggi, maka total biaya investasi akan tinggi dan tingkat pengembalian investasi akan rendah. Jika kondisi ini terjadi, maka permintaan investasi pada periode berikutnya akan rendah, karena pelaku ekonomi ingin anda dengan suku bunga yang sangat tinggi daripada investasi. Jika tingkat bunga pada setiap waktu yang diberikan sangat rendah, maka total biaya investasi akan menjadi rendah dan investasi tingkat pengembalian akan tinggi. Jika kondisi ini terus berlanjut, maka permintaan untuk barang-barang investasi pada periode berikutnya akan tinggi karena orang lebih cenderung untuk melakukan investasi ketika suku bunga rendah.

Perubahan dalam indeks harga $\left(\frac{dz}{dt}\right)$ untuk instrumen keuangan yang dipengaruhi oleh tingkat permintaan dan inflasi. Tingginya tingkat permintaan relatif terhadap pasokan ditunjukkan oleh elastisitas permintaan dan indeks harga instrumen keuangan, sedangkan tingkat inflasi yang tinggi ini ditunjukkan oleh tingkat suku bunga. Jika suku bunga lebih tinggi pada waktu tertentu, harga instrumen keuangan akan rendah dan permintaan untuk instrumen akan menjadi rendah. Ada sedikit uang yang beredar di masyarakat, karena orang-orang lebih memilih untuk menyimpan pada tingkat bunga yang tinggi daripada berinvestasi. Jika kondisi ini sering terjadi, maka harga dari instrumen keuangan pada periode berikutnya akan meningkat seiring dengan penurunan suku bunga. Jika suku bunga rendah pada waktu tertentu, harga instrumen keuangan akan tinggi dan elastisitas permintaan akan tinggi. Tingginya tingkat kegiatan ekonomi adalah karena fakta bahwa banyak aktor lebih memilih untuk menginvestasikan uang mereka daripada menyimpannya pada tingkat bunga rendah. Jika kondisi ini terus terjadi, harga instrumen keuangan akan jatuh pada periode berikutnya (ditandai dengan penurunan indeks harga) dan tingkat bunga akan dinaikkan untuk mencegah inflasi. (Saputri et al., 2019). Dari perspektif matematika, hal ini dapat diperoleh dengan menggunakan konsep pemodelan matematika, yaitu penyerderhanaan fenomena-fenomena nyata dalam bentuk matematika berupa sistem persamaan diferensial. Berikut ini adalah model sistem keuangan baru (Vaidyanathan et al., 2019):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z + (4y - a)x \\ \dot{y} &= \frac{1}{4} - by - 4dx^2 - 64x^4 \\ \dot{z} &= -x - cz \end{aligned} \tag{1}$$

dimana:

$x(t)$: tingkat bunga pada saat t

$y(t)$: tingkat permintaan investasi pada saat t

$z(t)$: indeks harga instrumen keuangan pada saat t

a : jumlah tabungan dibank $a > 0$

b : biaya per investasi $b > 0$

c : elastisitas permintaan pasar komersial $c > 0$

d : konstanta positif $d > 0$

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ adalah laju perubahan tingkat bunga

$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ adalah laju perubahan tingkat bunga

$\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ adalah laju perubahan indeks harga instrumen keuangan

Bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear (1) ini sukar di selesaikan secara analitik sehingga untuk menyelesaikannya dibutuhkan pendekatan secara numerik (Oktaviani et al., 2014). Untuk sistem keuangan yang kacau ini belum ada pendekatan umum yang terbaru untuk menyelesaikan persamaannya, oleh karena itu artikel skripsi ini penulis ingin menggunakan dengan metode Improved Runge Kutta (IRK). Metode IRK ini dengan memperkenalkan istilah baru k_{-1} , yang di hitung menggunakan k_1 , ($i > 2$) dari langkah sebelumnya. Skema yang di usulkan disini memiliki jumlah evaluasi fungsi yang lebih rendah daripada metode Runge Kutta (Rabiei et al., 2013).

Artikel ini mengenai metode IRK telah dilakukan oleh (rabiei & Ismail, 2011) untuk memecahkan persamaan diferensial biasa dengan dua dan tiga tahap untuk meminimalkan tingkat kesalahan. Metode IRK urutan ketiga (IRK-3) dengan tiga tahap telah di dibandingkan dan di simpulkan bahwa IRK-3 lebih akurat dari metode Runge Kutta urutan ketiga klasik (RK-3). Artikel selanjutnya oleh (Rabiei & Ismail, 2012) dalam artikel ini IRK-5 di dibandingkan dengan metode RK Butcher order lima dengan mengurangi jumlah fungsi evaluasi. Selanjutnya oleh (Rabiei et al., 2019) menggunakan Metode IRK-5 dengan lima tahap dalam menyelesaikan persamaan diferensial volterra kemudian dibandingkan hasil numeriknya dengan menggunakan metode RK-5. Dari peneliti terdahulu belum ada artikel tentang penggunaan metode IRK-3 untuk sistem keuangan kacau. Dengan latar belakang tersebut penulis memutuskan melakukan artikel dengan judul : "Solusi Numerik dari Sistem Keuangan Kacau Menggunakan Metode Improved Runge Kutta Order Tiga".

METODE IMPROVED RUNGE KUTTA ORDER TIGA

Metode Improved Runge Kutta (IRK) pertama kali diperkenalkan oleh Rabiei dan Ismail pada tahun 2011 dengan menggunakan fungsi evaluasi berindeks. Metode yang pertama kali diusulkan dari berorder tiga dengan dua tahap untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode Improved Runge Kutta adalah metode yang memperkenalkan istilah baru k_{-1} , yang di hitung menggunakan k_1 , ($i > 2$) dari langkah sebelumnya dan memiliki jumlah evaluasi fungsi yang lebih rendah daripada metode Runge Kutta. Pada pembahasan lebih lanjut dibahas pada subbagian berikut.

1. Metode improved runge kutta order tiga dengan tahap dua

Bentuk IRK order tiga (IRK-3) dalam tahap dua ($s = 2$) dapat dituliskan sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + h \left(\frac{47}{48} k_1 + \frac{1}{48} k_{-1} + \frac{25}{48} (k_2 - k_{-2}) \right) \quad (2)$$

dengan

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_{-1} = f(t_{n-1}, y_{n-1})$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{4}{5}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1\right)$$

$$k_{-2} = f\left(t_{n-1} + \frac{4}{5}h, y_{n-1} + \frac{1}{2}hk_{-1}\right)$$

2. Metode improved runge kutta order tiga dengan tahap tiga

Bentuk IRK order tiga (IRK-3) dalam tahap tiga ($s = 3$) dapat dituliskan sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + h \left(\frac{9}{8} k_1 - \frac{1}{8} k_{-1} - \frac{1}{2} (k_2 - k_{-2}) + \frac{7}{8} (k_3 - k_{-3}) \right) \quad (3)$$

dengan

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(t_n, y_n) \\
 k_{-1} &= f(t_{n-1}, y_{n-1}) \\
 k_2 &= f\left(t_n + \frac{1}{3}h, y_n + \frac{1}{3}hk_1\right) \\
 k_{-2} &= f\left(t_{n-1} + \frac{1}{3}h, y_{n-1} + \frac{1}{3}hk_{-1}\right) \\
 k_3 &= f\left(t_n + \frac{2}{3}h, y_n + h\left(\frac{2}{21}k_1 + \frac{4}{7}k_2\right)\right) \\
 k_3 &= f\left(t_n + \frac{2}{3}h, y_n + h\left(\frac{2}{21}k_1 + \frac{4}{7}k_2\right)\right)
 \end{aligned}$$

SOLUSI NUMERIK MODEL SISTEM KEUANGAN KACAU DENGAN METODE IMPROVED RUNGE KUTTA ORDER TIGA

Dalam bagian ini telah di simulasikan satu sistem keuangan kacau menggunakan metode iterasi yaitu metode Improved Runge Kutta Order Tiga dan metode Runge Kutta Order Tiga. Pada artikel ini, sistem ini telah dibangun oleh Sundarapandian Vaidyanathan, dkk di tahun 2019. Persamaan dari sistem kekacauan keuangan ini dituliskan sebagai berikut

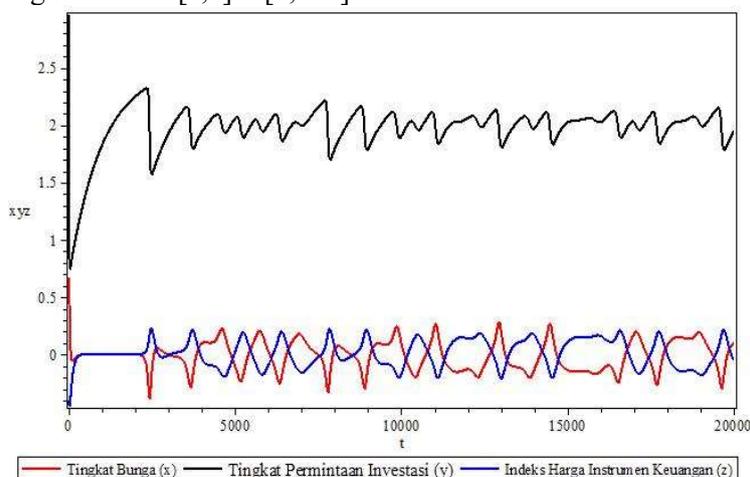
$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= z + (4y - a)x \\
 \dot{y} &= \frac{1}{4} - by - 4dx^2 - 64x^4 \\
 \dot{z} &= -x - cz
 \end{aligned} \tag{1}$$

Nilai awal dan nilai parameter pada persamaan (17) diberikan pada Tabel 1. berikut ini.(Vaidyanathan et al., 2019)

TABEL 1. Nilai Awal dan Nilai Parameter

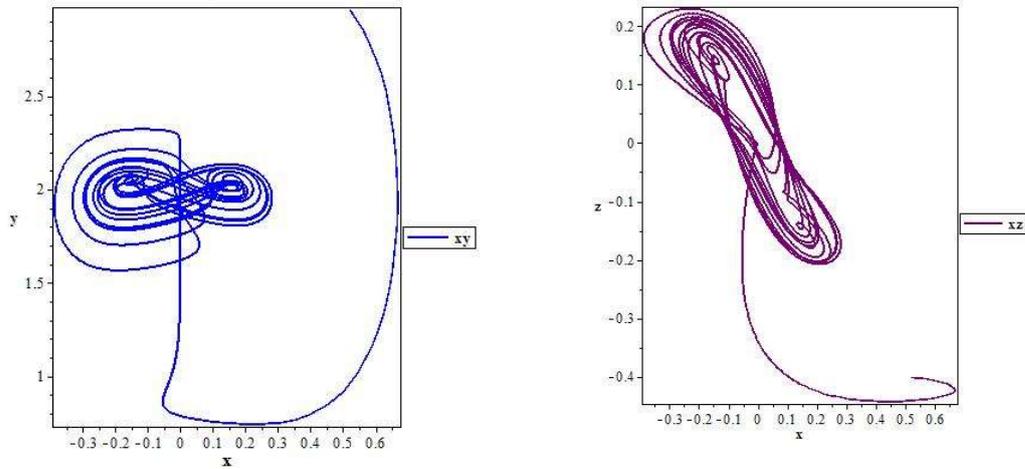
Variabel/Parameter	Nilai Variabel/Parameter	Referensi
$x_0(t)$	0,5	(Vaidyanathan et al., 2019)
$y(t)$	3	(Vaidyanathan et al., 2019)
$z_0(t)$	-0,4	(Vaidyanathan et al., 2019)
a	7,2	(Vaidyanathan et al., 2019)
b	0,1	(Vaidyanathan et al., 2019)
c	1	(Vaidyanathan et al., 2019)
d	0,1	asumsi

Simulasi model sistem keuangan kacau dilakukan dengan membuat program menggunakan software Maple dengan menggunakan Metode Improved Runge Kutta Order Tiga dengan Tahap Tiga (IRK3-3) dengan interval $[a,b] = [0,200]$.

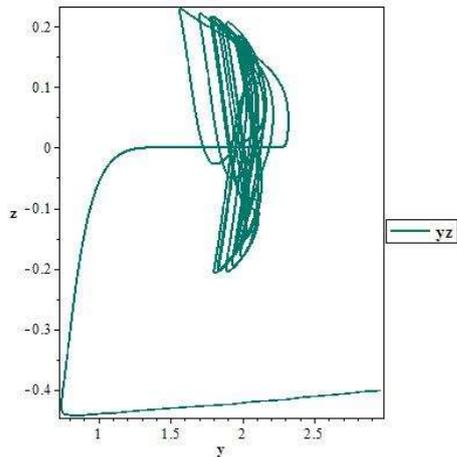


GAMBAR 2. Penyelesaian Sistem Keuangan Kacau Menggunakan Metode IRK3-3

Selanjutnya adalah hasil solusi numerik untuk memperlihatkan gambaran bagaimana hubungan Tingkat Bunga (x) dengan Tingkat Permintaan Investasi (y), Tingkat Bunga (x) dengan Indeks Harga Instrumen Keuangan (z), dan Tingkat Permintaan Investasi (y) dengan Indeks Harga Instrumen Keuangan (z).



a. Tingkat Bunga (x) dengan Tingkat Permintaan Investasi (y) b. Tingkat Bunga (x) dengan Indeks Harga Instrumen Keuangan (z)

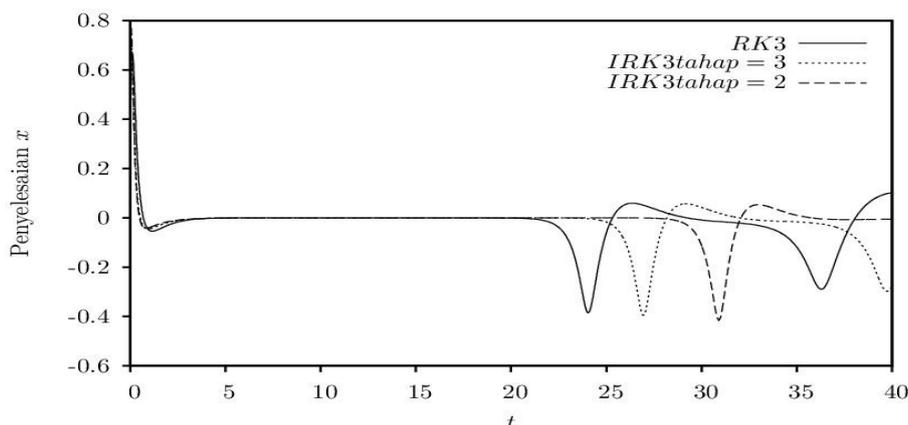


c. Permintaan Investasi (y) versus Instrumen Keuangan (z)

GAMBAR 3. Solusi numerik bidang (x, y) , (x, z) dan (y, z) dari model keuangan (17)

Gambar 3 merupakan hasil simulasi numerik (solusi) dari plot fase 2-D di bidang (x, y) , (x, z) dan (y, z) dari model keuangan (17) untuk $x_0 = 0,5$, $y_0 = 3$, $z_0 = -0,4$ dan $a = 7,2$, $b = 0,1$, $c = 1$, $d = 0,1$ dengan interval $[a,b] = [0,200]$ memperlihatkan bahwa model ini kacau (chaotic).

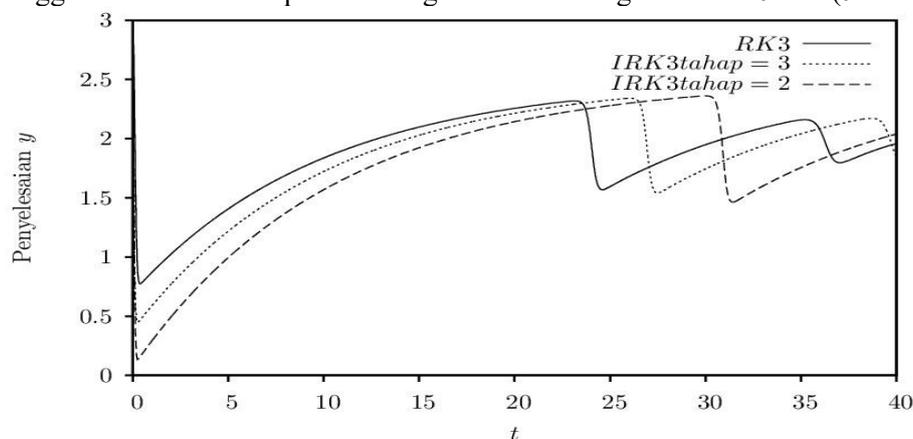
Berikut ini adalah penjelasan mengenai kondisi kedekatan solusi antara metode RK-3, IRK3-2, IRK3-3 pada sistem keuangan kacau. Gambar 4. ini merupakan hasil simulasi numerik (solusi) dari Tingkat Bunga dengan menggunakan metode Improved Runge Kutta order tiga selama 40 hari ($t = 40$).



GAMBAR 4. Penyelesaian IRK3-2, IRK3-3, RK3 dengan $t = 40$ hari

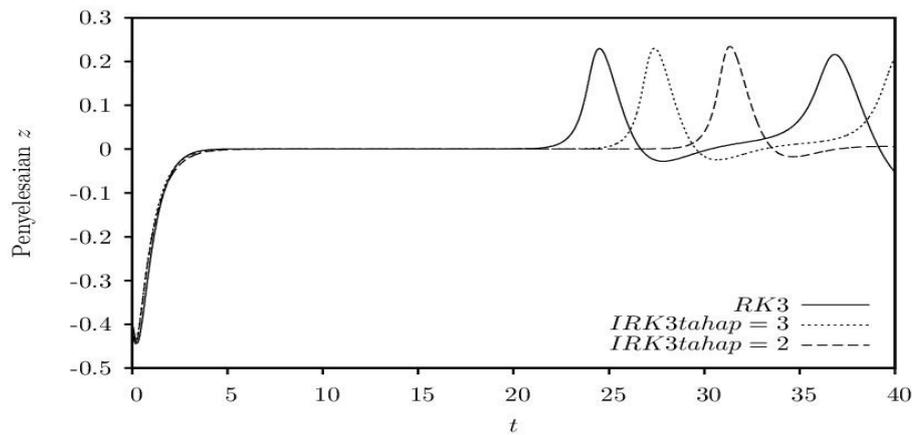
Gambar 4. adalah penyelesaian untuk $t = 40$ hari dengan nilai variabel $x_0 = 0,5$, $y_0 = 3$, $z_0 = -0,4$ dan nilai parameter $a = 7,2$, $b = 0,1$, $c = 1$, $d = 0,1$ dapat di lihat bahwa pada artikel ini, penulis menggunakan metode Runge Kutta order 3 sebagai acuan (*benchmark*) untuk menyelesaikan sistem chaotic. Solusi dari RK3 ini, dipandang exact solution. Berikut kondisi kedekatan solusi dari IRK3 tahap dua dan IRK3 tahap tiga terhadap RK3, yaitu Solusi IRK-3 tahap dua mendekati solusi RK3 pada saat $t \leq 20$, namun pada saat $t > 20$, solusi dari IRK3 tahap dua divergen (menjauh) dari solusi RK3. Jika di dibandingkan dengan IRK3 tahap tiga, solusi dari IRK3 tahap tiga lebih mendekati solusi RK3. Maka IRK3 tahap tiga lebih ampuh dari IRK3 tahap dua pada interval $t \leq 20$.

Gambar 5. ini merupakan hasil simulasi numerik (solusi) dari Tingkat Permintaan Investasi dengan menggunakan metode Improved Runge Kutta order tiga selama 40 hari ($t = 40$).



GAMBAR 5. Penyelesaian IRK3-2, IRK3-3, RK3 dengan $t=40$ hari

Gambar 5. adalah penyelesaian untuk $t = 40$ hari dengan nilai variabel $x_0 = 0,5$, $y_0 = 3$, $z_0 = -0,4$ dan nilai parameter $a = 7,2$, $b = 0,1$, $c = 1$, $d = 0,1$ dapat di lihat bahwa pada artikel ini, penulis menggunakan metode Runge Kutta order 3 sebagai acuan (*benchmark*) untuk menyelesaikan sistem chaotic. Solusi dari RK3 ini, dipandang exact solution. Berikut kondisi kedekatan solusi dari IRK3 tahap dua dan IRK3 tahap tiga terhadap RK3, yaitu Solusi IRK-3 tahap dua mendekati solusi RK3 pada saat $t \leq 24$, namun pada saat $t > 24$, solusi dari IRK3 tahap dua divergen (menjauh) dari solusi RK3. Jika di dibandingkan dengan IRK3 tahap tiga, solusi dari IRK3 tahap tiga lebih mendekati solusi RK3. Maka IRK3 tahap tiga lebih ampuh dari IRK3 tahap dua pada interval $t \leq 24$. Gambar 6. merupakan hasil simulasi numerik (solusi) dari Indeks Harga Instrumen Keuangan dengan menggunakan metode Improved Runge Kutta order tiga selama 40 hari ($t = 40$).



GAMBAR 6. Penyelesaian IRK3-2, IRK3-3, RK3 dengan $t=40$ hari

Gambar 6 adalah penyelesaian untuk $t = 40$ hari dengan nilai variabel $x_0 = 0,5$, $y_0 = 3$, $z_0 = -0,4$ dan nilai parameter $a = 7,2$, $b = 0,1$, $c = 1$, $d = 0,1$ dapat di lihat bahwa pada artikel ini, penulis menggunakan metode Runge Kutta order 3 sebagai acuan (benchmark) untuk menyelesaikan sistem chaotic. Solusi dari RK3 ini, dipandang exact solution. Berikut kondisi kedekatan solusi dari IRK3 tahap dua dan IRK3 tahap tiga terhadap RK3, yaitu Solusi IRK-3 tahap dua mendekati solusi RK3 pada saat $t \leq 22$, namun pada saat $t > 22$, solusi dari IRK3 tahap dua divergen (menjauh) dari solusi RK3. Jika di dibandingkan dengan IRK3 tahap tiga, solusi dari IRK3 tahap tiga lebih mendekati solusi RK3. Maka IRK3 tahap tiga lebih ampuh dari IRK3 tahap dua pada interval $t \leq 22$.

MENENTUKAN AKURASI DARI SOLUSI NUMERIK SISTEM KEUANGAN KACAU

Dalam bagian ini akan ditunjukkan galat sisa (*residual error*) dan galat absolut dari penyelesaian sistem keuangan kacau. Adapun galat sisa (*residual error*) dan galat absolut yang diperoleh sebagai berikut.

TABEL 2. Galat Sisa dari Metode Improved Runge Kutta Order Tiga Tahap Dua

t	GS_x	GS_y	GS_z
0	2,0000E+00	4,1500E+00	1,0000E-01
4	2,1450E-03	1,6564E-01	7,1589E-03
8	2,1596E-05	1,1286E-01	1,2112E-05
12	3,1789E-07	7,6895E-02	1,8043E-08
16	1,4246E-08	5,2391E-02	1,3710E-08
20	8,7753E-08	3,5695E-02	3,7413E-08

Berdasarkan hasil dari Tabel 2, menunjukkan hasil galat sisa dari x , y , dan z pada saat $t = 0$ sampai $t = 20$ dan $x = 0,5$, $y = 3$, dan $z = -0,4$. Adapun galat sisa diantara kedua solusi tersebut mempunyai jarak yang sedikit sehingga dapat disimpulkan bahwa penyelesaian sistem keuangan kacau menggunakan metode Runge Kutta Order Tiga dengan pendekatan fungsi evaluasinya mendekati solusi eksaknya.

TABEL 3. Galat Sisa dari Metode Improved Runge Kutta Order Tiga Tahap Tiga

t	GS_x	GS_y	GS_z
0	2,0000E+00	4,1500E+00	1,0000E-01

4	2,3123E-03	1,4166E-01	5,0935E-03
8	6,5273E-06	9,4957E-02	1,2782E-05
12	4,0407E-07	6,3652E-02	7,3133E-07
16	7,3290E-08	4,2667E-02	1,8206E-08
20	1,1773E-05	2,8601E-02	5,2003E-06

Berdasarkan hasil dari Tabel 3, menunjukkan hasil galat sisa dari x , y , dan z pada saat $t = 0$ sampai $t = 20$ dan $x = 0,5$, $y = 3$, dan $z = -0,4$. Adapun galat sisa diantara kedua solusi tersebut mempunyai jarak yang sedikit sehingga dapat disimpulkan bahwa penyelesaian sistem keuangan kacau menggunakan metode Improved Runge Kutta Order Tiga tahap dua dengan pendekatan fungsi evaluasinya mendekati solusi eksaknya.

TABEL 4. Galat Sisa dari Metode Runge Kutta Order Tiga

t	GS_x	GS_y	GS_z
0	2,0000E+00	4,1500E+00	1,0000E-01
4	3,5327E-03	1,2085E-01	3,9703E-03
8	2,3966E-05	8,1009E-02	1,8637E-05
12	2,0967E-07	5,4302E-02	2,2791E-06
16	7,1343E-06	3,6400E-02	3,2344E-06
20	1,1682E-03	2,4399E-02	4,7878E-04

Berdasarkan hasil dari Tabel 4 menunjukkan hasil galat sisa dari x , y , dan z pada saat $t = 0$ sampai $t = 20$ dan $x = 0,5$, $y = 3$, dan $z = -0,4$. Adapun galat sisa diantara kedua solusi tersebut mempunyai jarak yang sedikit sehingga dapat disimpulkan bahwa penyelesaian sistem keuangan kacau menggunakan metode Improved Runge Kutta Order Tiga tahap tiga dengan pendekatan fungsi evaluasinya mendekati solusi eksaknya. Kesimpulan, IRK-3 tahap dua, IRK-3 tahap tiga dengan $h = 0,01$ dengan RK-3 untuk x , y , z pada sistem keuangan kacau diberikan pada Tabel 5. dan Tabel 6. memperlihatkan bahwa IRK-3 tahap tiga dengan $h = 0,01$ lebih mendekati solusi RK3 daripada IRK-3 tahap dua.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan Improved Runge Kutta Order Tiga dapat memberikan solusi dalam menyelesaikan permasalahan sistem keuangan kacau. Dari hasil perhitungan numerik, hasil simulasi grafiknya, dan dalam menentukan akurasi yang dilakukan menggunakan metode IRK3-s2 dan IRK3-s3 dengan fungsi evaluasinya maka dapat di ambil kesimpulan bahwa solusi metode improved runge kutta tiga tahap tiga mendekati solusi RK3. Hal tersebut dapat ditunjukkan oleh selisih atau jarak yang sangat kecil antara solusi yang di peroleh dari IRK-3 tahap 3 dan solusi yang di peroleh dari RK3.

DAFTAR PUSTAKA

- Karmeli, E. (2008). Krisis Ekonomi Indonesia. *Journal of Indonesian Applied Economics*, 2(2), 2–2008. <https://doi.org/10.21776/ub.jiae.2008.002.02.3>
- Oktaviani, R., Prihandono, B., & Helmi. (2014). Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Non Linear Dengan Metode Heun Pada Model Lotka-Volterra. *Buletin Ilmiah Math. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 03(1), 29–38.
- Rabiei, F., Abd Hamid, F., Md Lazim, N., Ismail, F., & Abdul Majid, Z. (2019). Numerical Solution of Volterra Integro-Differential Equations Using Improved Runge-Kutta Methods. *Applied Mechanics and Materials*, 892(April), 193–199. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.892.193>

- rabiei, F., & Ismail, F. (2011). Third-Order Improved Runge-Kutta Method for Solving Ordinary Differential Equation. *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 2018(January 2011), 191–194. <https://doi.org/10.7763/ijapm.2011.v1.37>
- Rabiei, F., & Ismail, F. (2012). Fifth-order improved Runge-Kutta method with reduced number of function evaluations. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 6(3), 97–105.
- Rabiei, F., Ismail, F., & Suleiman, M. (2013). Improved runge-kutta methods for solving ordinary differential equations. *Sains Malaysiana*, 42(11), 1679–1687.
- Saputri, A. D., Hariyanto, H., & Winarko, M. S. (2019). Analisis Bifurkasi Hopf Pada Sistem Keuangan Dengan Kontrol Input. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 7(2). <https://doi.org/10.12962/j23373520.v7i2.30171>
- Sudirman, I. W. (2013). *MANAJEMEN PERBANKAN Menuju Bankir Konvensional yang Profesional* (Edisi Pert). Kencana Prenada Media Group.
- Sugema, I. (2012). Krisis Keuangan Global 2008-2009 dan Implikasinya Pada Perekonomian Indonesia. *Jurnal Ilmu Pertanian Indonesia (JIPI)*, Desember, 17(3), 145–152.
- Tasrif, M. (2015). Program Studi Magister Teknokultur Di Itb: Menjadikan Manusia Berkeadaban? *Jurnal Sositologi*, 14(3), 207–220. <https://doi.org/10.5614/sostek.itbj.2015.14.3.1>
- Vaidyanathan, S., Sambas, A., Kacar, S., & Cavusoglu, U. (2019). A new finance chaotic system, its electronic circuit realization, passivity based synchronization and an application to voice encryption. *Nonlinear Engineering*, 8(1), 193–205. <https://doi.org/10.1515/nleng-2018-0012>