

## Autokorelasi Pada Pembentukan Grafik Kendali Komponen Utama

Nur ahniyanti Rasyid<sup>1, a)</sup>, Dhian Eka Wijaya<sup>2</sup>, Dian Firmayasari<sup>1</sup>, Harianto<sup>1</sup>, Muhammad Isbar Pratama<sup>3, \*)</sup>

<sup>1</sup>Prodi Ilmu Aktuaria, Fakultas Sains, Universitas Muhammadiyah Bulukumba, Bulukumba

<sup>2</sup>Jurusan MIPA, Fakultas Sains, Universitas Jambi, Jambi

<sup>3</sup>Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Makassar, Makassar

\*) [isbarpratama@unm.ac.id](mailto:isbarpratama@unm.ac.id)

**Abstrak.** Pembentukan grafik kendali untuk data berautokorelasi tidak dapat dilakukan. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh data berautokorelasi pada pembentukan grafik kendali komponen utama. Penelitian ini menggunakan metode studi kasus yang dilakukan pada simulasi data dengan dua variabel dan penerapannya pada data unsur iklim di kota Makassar yang terdiri atas temperatur udara, penyinaran matahari, kelembaban udara, dan kecepatan angin. Untuk menganalisis pengaruh data berautokorelasi dilakukan: (1) pembentukan struktur matriks variansi-kovariansi dari data berautokorelasi; (2) pembentukan grafik kendali komponen utama berdasarkan nilai eigen terbesar; dan (3) studi kasus simulasi dengan data dua variabel. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jika data berautokorelasi negatif dan nilainya dari  $-0,9$ - $(-0,5)$ , batas kendalinya akan melebar dan jika nilainya dari  $-0,5$ - $(-0,1)$ , batas kendali akan menyempit.

**Kata Kunci:** Grafik kendali komponen utama, autokorelasi, matriks variansi-kovariansi

**Abstract.** The formation of control chart for autocorrelated data can not be done. This research aims to analyse the effect of autocorrelated data on the formation of principal component control chart. A case study was performed on simulated data with two variables and they were applied on the data of climate elements in Makassar city including air temperature, solar radiation, air humidity, and wind speed. The analysis of the effect of the autocorrelated data was conducted in three steps, namely: (1) the establishment of the structure of variance-covariance matrix of the autocorrelated data; (2) the establishment of principal component control chart based on the largest eigen value; and (3) In forming of simulation with two variables. The result indicate that if the data are negatively autocorrelated with a value of  $-0,9$ - $(-0,5)$ , the control limits will be widened, and if the value is  $-0,5$ - $(-0,1)$ , the control limits will be narrowed.

**Keywords:** Principal component control chart, autocorrelation, variance-covariance matrix

## PENDAHULUAN

Untuk meningkatkan kualitas produk dan pelayanan perlu dilakukan pengendalian kualitas. Salah satu metode pengendalian kualitas secara statistik adalah Statistical Process Control (SPC). Metode SPC dapat dilakukan pada data multivariat sehingga terjadi perubahan nama menjadi Multivariate Statistical Process Control (MSPC). Dengan menggunakan MSPC maka perbaikan performansi proses dari multivariabel yang ada dapat dianalisa dan dikontrol. Adapun kekurangan dari MSPC khususnya dalam pembentukan grafik kendali adalah tidak dapat digunakan pada data yang saling berkorelasi dan mengandung autokorelasi, sehingga agar bisa digunakan untuk sistem kontrol maka pada metode MSPC dilakukan analisis komponen utama (Principal Component Analysis) (Montgomery, 2009).

Menurut Kruger et al (2002), PCA tidak berfungsi dengan baik untuk data yang berautokorelasi. PCA hanya dapat mengekstrak variabel, tapi komponen yang terbentuk masih berautokorelasi, sehingga jika variabel berautokorelasi maka kombinasi linearnya juga berautokorelasi. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam menangani data yang melibatkan identifikasi autokorelasi adalah dengan memodelkan data menggunakan model autoregressive (Choirotunnisa dkk., 2015). Adapun model autoregressive yang dapat digunakan pada grafik kendali untuk MSPC adalah model Vector Autoregressive (VAR) (Ödük, 2012).

Berdasarkan apa yang telah diuraikan, maka penulis tertarik untuk mengkaji mengenai data autokorelasi pada pengamatan multivariat dengan menggunakan grafik kendali komponen utama.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Statistik Pengendalian Kualitas

Statistik pengendalian kualitas merupakan aplikasi dari teknik statistik yang mengontrol suatu proses. Dalam statistik pengendalian kualitas terdapat alat pengendalian kualitas yang disebut dengan grafik kendali (*Control Chart*). Grafik kendali adalah penyajian grafis dari karakteristik mutu sampel yang diukur dan dihitung berdasarkan jumlah sampel atau waktu. Penggunaan grafik kendali berdasarkan asumsi distribusi normal multivariat. Adapun fungsi densitas untuk distribusi normal multivariat adalah:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}, \quad (1)$$

dimana  $p$  adalah variabel,  $\mathbf{X}$  adalah komponen vektor,  $\boldsymbol{\mu}$  adalah mean dan  $\boldsymbol{\Sigma}$  adalah matriks variansi-kovariansi (Montgomery, 2009).

### Analisis Komponen Utama

Analisis komponen utama merupakan teknik statistik yang dapat digunakan untuk mereduksi sejumlah variabel asal menjadi beberapa variabel baru yang bersifat orthogonal dan tetap mempertahankan total variansi dari variabel asalnya. Variabel baru yang terbentuk merupakan kombinasi linear dari variabel asal dan bersifat bebas. Variabel baru ( $\mathbf{Y}$ ) disebut sebagai komponen utama yang merupakan hasil transformasi dari variabel asal  $\mathbf{X}$  yang dapat dituliskan dalam bentuk (Jolliffe, 2002):

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \quad (2)$$

dengan  $\mathbf{A}$  adalah matriks yang melakukan transformasi terhadap variabel asal  $x$  sehingga diperoleh vektor komponen  $y$  (Jolliffe, 2002).

Persaman (2) dapat dituliskan dalam bentuk matriks yaitu:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{bmatrix}, \text{ dan } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}.$$

### Autokorelasi

Gujarati (2004) menyatakan bahwa pada dasarnya autokorelasi dapat didefinisikan sebagai korelasi antara nilai-nilai pengamatan yang terurut dalam waktu (*time series data*) atau terurut dalam ruang (*cross-sectional data*). Autokorelasi memiliki kesamaan dengan korelasi yaitu sama-sama mengukur derajat keeratan hubungan, namun memiliki perbedaan yaitu korelasi mengukur derajat keeratan hubungan diantara dua buah variabel yang berbeda, sedangkan autokorelasi mengukur derajat keeratan hubungan diantara nilai-nilai yang terurut dalam waktu pada variabel yang sama atau pada variabel itu sendiri.

### Model Vector Autoregressive (VAR)

Model VAR merupakan perluasan dari model *Autoregressive* (AR) pada model time series univariat. Model *time series* VAR memodelkan beberapa proses AR ke dalam sebuah model dalam bentuk sebuah matriks (Wei, 2006). Model VAR ( $p$ ) dapat ditulis secara sederhana sebagai berikut (Chatfield, 1995):

$$\mathbf{X}_t = \Phi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \Phi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \Phi_p \mathbf{X}_{t-p} + \epsilon_t \quad (3)$$

$$\mathbf{X}_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i \mathbf{X}_{t-i} + \epsilon_t,$$

### Matriks Variansi-Kovariansi

Wei (2006) menyatakan bahwa dalam autokorelasi dibutuhkan konsep dasar mengenai matriks variansi-kovariansi. Misalkan  $\mathbf{Z}_t = [Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{mt}]'$  dimana  $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $E(\mathbf{Z}_{it}) = \mu_i$  untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, m$  dan kovariansi antara  $\mathbf{Z}_{i,t}$  dan  $\mathbf{Z}_{j,s}$  untuk semua  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, \dots, m$  merupakan fungsi dari perbedaan waktu ( $s-t$ ) maka diperoleh vektor mean yaitu:

$$E(\mathbf{Z}_t) = \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

dan matriks variansi-kovariansi  $\Gamma(k)$  adalah

$$\text{Cov}\{\mathbf{Z}_t, \mathbf{Z}_{t+k}\} = \Gamma(k) = E[(\mathbf{Z}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Z}_{t+k} - \boldsymbol{\mu})']$$

$$\Gamma(k) = \text{Cov}\{\mathbf{Z}_{t-k}, \mathbf{Z}_t\} \quad (5)$$

## METODE PENELITIAN

Secara umum penelitian ini merupakan kajian teoritis tentang analisis autokorelasi pada pembentukan grafik kendali komponen utama pada pengamatan multivariat. Penelitian ini dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk matriks variansi-kovariansi dari autokorelasi menggunakan model *Vector Autocorrelation* (VAR). Kemudian pembentukan grafik kendali komponen utama dilakukan dengan menentukan batas atas (UCL), rata-rata (CL) dan batas bawah (LCL). Batas atas dan batas bawah ditentukan berdasarkan nilai eigen terbesar yang diperoleh melalui pembentukan matriks variansi-kovariansi yang kemudian matriks tersebut digunakan dalam metode PCA, sedangkan rata-rata dianalisis dengan menghitung ekspektasi dari *component score* yang terbentuk dari metode PCA.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan mengenai analisis autokorelasi pada pembentukan grafik kendali komponen utama telah diperoleh hasil bahwa data yang berautokorelasi negatif dan nilainya dari -0,9-(-0,5), batas kendalinya akan melebar dan jika nilainya dari -0,5-(-0,1), batas kendali akan menyempit. Jika autokorelasi pada data semakin lemah dan bertanda negatif, maka semakin banyak titik yang jatuh diluar batas kendali. Hal ini berarti bahwa proses semakin tidak terkendali.

## PEMBAHASAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa grafik kendali berdasarkan metode PCA dapat digunakan dalam pembentukan grafik kendali untuk pengamatan multivariat yang mengandung autokorelasi. Untuk lebih jelasnya, akan ditunjukkan pada pembahasan berikut.

Untuk data multivariat yang mengandung autokorelasi dapat dimodelkan dengan menggunakan model *time series* multivariat yaitu *Vector Autoregressive* (VAR) (Wei, 2006). Adapun model persamaan untuk VAR berorde satu (VAR(1)) yaitu:

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{c} + \Phi \mathbf{X}_{t-1} + \epsilon_t \quad (6)$$

Dalam penelitian ini menggunakan data simulasi yang terdiri dari empat variabel yang dapat dinyatakan sebagai  $\mathbf{X}'_t = (X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, X_{4t})$  dan dapat dimodelkan ke dalam model VAR dengan bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ X_{3t} \\ X_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \phi_{34} \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & \phi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \\ X_{3,t-1} \\ X_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \\ \epsilon_{4t} \end{bmatrix} \quad (7)$$

dimana,

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ X_{3t} \\ X_{4t} \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \phi_{34} \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & \phi_{44} \end{bmatrix}, \text{ dan } \epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \\ \epsilon_{4t} \end{bmatrix}$$

dengan mengasumsikan bahwa proses stasioner, maka dari model VAR (1) dapat ditentukan nilai harapannya yaitu:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_t &= \mathbf{c} + \Phi \mathbf{X}_{t-1} + \epsilon_t \\ E(\mathbf{X}_t) &= E(\mathbf{c} + \Phi \mathbf{X}_{t-1} + \epsilon_t) \\ \boldsymbol{\mu} &= \mathbf{c}(\mathbf{I} - \Phi)^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

dimana  $\boldsymbol{\mu}$  adalah vektor untuk nilai harapan dari setiap variabel dan diasumsikan bernilai nol dan  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas atau matriks satuan. Selanjutnya dapat ditentukan fungsi matriks variansi-kovariansi dari model VAR (1) yaitu:

$$\begin{aligned} \Gamma(k) &= Cov(\mathbf{X}_{t-k}, \mathbf{X}_t) \\ &= E[\dot{\mathbf{X}}_{t-k}(\mathbf{c} + \Phi \dot{\mathbf{X}}_{t-1} + \epsilon_t)'] \\ &= E[\dot{\mathbf{X}}_{t-k}(\mathbf{c}' + (\Phi \dot{\mathbf{X}}_{t-1})' + \epsilon_t')] \\ &= \Gamma(k-1)\Phi' + E(\dot{\mathbf{X}}_{t-k}\epsilon_t') \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Gamma(k) = \begin{cases} \Gamma(-1)\Phi' + \Sigma & k = 0 \\ \Gamma(k-1)\Phi' = \Gamma(0)(\Phi')^k & k \geq 1 \end{cases}$$

Selanjutnya dapat ditentukan principal component untuk model VAR (1) dengan  $\Gamma(0)$  yaitu

$$\Gamma(0) = \Phi\Gamma(0)\Phi' \tag{10}$$

Pemilihan vektor koefisien komponen utama adalah berdasarkan turunan dari matriks kovariansi  $\Gamma(0)$  sedemikian sehingga  $\Gamma(0)$  mencapai maksimum dengan kendala  $\Phi\Phi' = 1$  melalui persamaan *Lagrange* (Side, 2006), sehingga diperoleh:

$$Y = \Phi\Gamma(0)\Phi' = \Phi\lambda\Phi' = \lambda\Phi\Phi' = \lambda \tag{11}$$

Oleh karena itu  $\Gamma(0) = \Phi\Gamma(0)\Phi' = \lambda$  dan  $\lambda$  adalah nilai eigen yang terbesar dari matriks  $\Gamma(0)$  dan  $\Phi$  adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda$ . Dengan demikian persamaan untuk principal component dari  $X_t$  yaitu:

$$\begin{aligned} Y_1 = PC_1 &= c_1 + \phi_{11}X_{1,t-1} + \phi_{12}X_{2,t-1} + \phi_{13}X_{3,t-1} + \phi_{14}X_{4,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ Y_2 = PC_2 &= c_2 + \phi_{21}X_{1,t-1} + \phi_{22}X_{2,t-1} + \phi_{23}X_{3,t-1} + \phi_{24}X_{4,t-1} + \varepsilon_{2t} \\ Y_3 = PC_3 &= c_3 + \phi_{31}X_{1,t-1} + \phi_{32}X_{2,t-1} + \phi_{33}X_{3,t-1} + \phi_{34}X_{4,t-1} + \varepsilon_{3t} \\ Y_4 = PC_4 &= c_4 + \phi_{41}X_{1,t-1} + \phi_{42}X_{2,t-1} + \phi_{43}X_{3,t-1} + \phi_{44}X_{4,t-1} + \varepsilon_{4t} \end{aligned}$$

Selanjutnya pembentukan grafik kendali berdasarkan analisis komponen utama dapat dilakukan dengan menggunakan nilai eigen terbesar dari komponen yang terbentuk untuk menghitung batas kendali UCL, CL, dan LCL.

$$UCL = +3\sqrt{\lambda_k} \tag{12}$$

$$CL = 0$$

$$LCL = -3\sqrt{\lambda_k} \tag{13}$$

dimana  $\lambda_k$  merupakan nilai eigen terbesar dari komponen yang terbentuk.

Berdasarkan hasil simulasi data menggunakan MATLAB, diperoleh nilai eigen terbesar untuk koefisien autokorelasi  $\phi = -0,9$  sebesar 9,4259. Adapun nilai eigen ini akan digunakan untuk menghitung batas kendali untuk koefisien autokorelasi  $\phi = -0,9$  yaitu:

$$LCL = -3\sqrt{\lambda_k} = -3\sqrt{9,4259} = -9,2105$$

$$UCL = +3\sqrt{\lambda_k} = +3\sqrt{9,4259} = 9,2105$$

Selanjutnya batas kendali beserta nilai eigen dan proporsi variansi untuk autokorelasi negatif dapat dilihat pada Tabel 1.

**TABEL 1.** LCL dan UCL beserta Nilai Eigen dan Proporsi Variansi untuk Data Berautokorelasi Negatif

$\phi$	LCL	UCL	Komponen Utama (KU)	Nilai Eigen	% Variansi
-0,9	-9,2105	9,2105	1	0,362	2,1113
			2	0,8419	4,9106
			3	6,5153	38,0007
			4	9,4259	59,9774
$\phi$	LCL	UCL	Komponen Utama (KU)	Nilai Eigen	% Variansi
-0,7	-5,6944	5,6944	1	0,172	2,4872
			2	0,2003	2,8962
			3	2,9417	42,5292
			4	3,6029	52,0875
-0,5	-4,8452	4,8452	1	0,1243	2,2783
			2	0,1291	2,3655
			3	2,4929	45,6758
			4	2,7114	49,6804
-0,3	-4,3663	4,3663	1	0,1081	2,4384
			2	0,1105	2,4928
			3	2,0948	47,0269
			4	2,1183	47,7997
-0,1	-4,1593	4,1593	1	0,1008	2,4953
			2	0,1009	2,4987
			3	1,9152	47,4165
			4	1,9222	47,5895

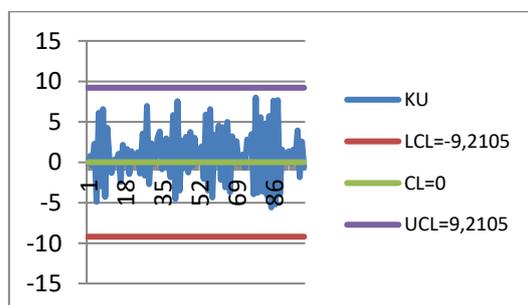
Sumber: Data diolah tahun 2022

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat batas kendali (LCL dan UCL) untuk koefisien autokorelasi  $\phi = -0,9$  lebih lebar dibandingkan dengan koefisien autokorelasi  $\phi < -0,9$  yaitu LCL = -9,2105 dan UCL = 9,2105. Selanjutnya koefisien autokorelasi  $\phi = -0,7$  memiliki batas kendali yang juga lebih lebar dibandingkan dengan koefisien autokorelasi untuk  $\phi < -0,7$  yaitu LCL = -5,6944 dan UCL = 5,6944. Begitupun batas kendali untuk koefisien autokorelasi  $\phi = -0,5$  lebih lebar dibandingkan dengan  $\phi < -0,5$ . Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa jika data berautokorelasi kuat dan bertanda negatif ( $-0,5 < \phi \leq -0,9$ ) maka batas kendali pada grafik akan semakin lebar. Jika data berautokorelasi lemah dan bertanda negatif ( $-0,1 \leq \phi \leq -0,5$ ) maka batas kendali pada grafik akan semakin sempit.

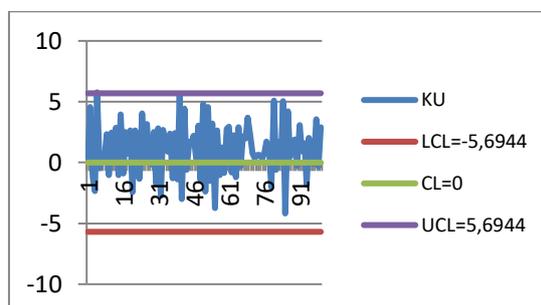
Berdasarkan nilai Eigen dan variansi pada Tabel 2, maka dapat dibuat grafik kendali komponen utama sebagaimana pada gambar 1 berikut ini:



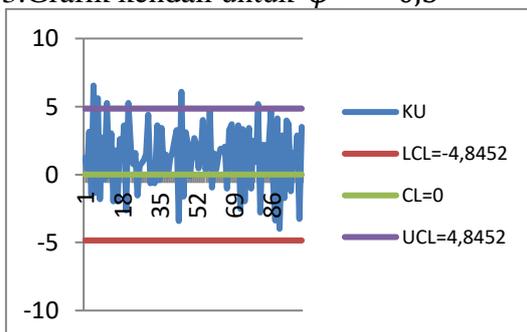
1. Grafik kendali untuk  $\phi = -0,9$



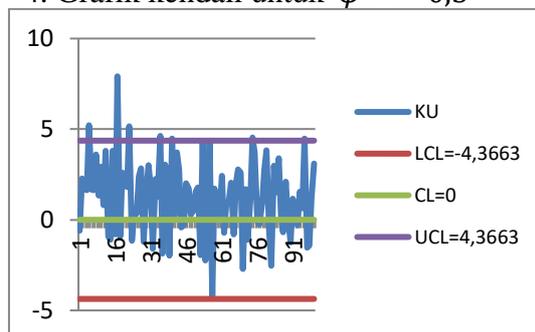
2. Grafik kendali untuk  $\phi = -0,7$



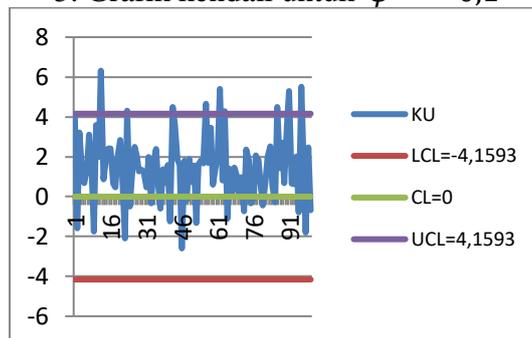
3. Grafik kendali untuk  $\phi = -0,5$



4. Grafik kendali untuk  $\phi = -0,3$



5. Grafik kendali untuk  $\phi = -0,1$



**GAMBAR 1.** Grafik Kendali Komponen Utama untuk Autokorelasi Negatif

Pada Gambar 1, dapat dilihat tidak terdapat titik yang jatuh di luar batas kendali untuk koefisien autokorelasi  $\phi = -0,9$ . Namun pada  $\phi = -0,7$  terlihat ada 1 titik yang jatuh di luar batas kendali. Selanjutnya untuk  $\phi = -0,5$ ;  $\phi = -0,3$  dan  $\phi = -0,1$  semakin banyak titik yang jatuh di luar batas kendali. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa jika autokorelasi pada data semakin lemah dan bertanda negatif, maka semakin banyak titik yang jatuh diluar batas kendali. Hal ini berarti bahwa proses semakin tidak terkendali.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa data berautokorelasi negatif dan nilainya dari  $-0,9$ - $(-0,5)$ , batas kendalinya akan melebar dan jika nilainya dari  $-0,5$ - $(-0,1)$ , batas kendali akan menyempit. Disarankan pada penelitian dengan konsep pengendalian kualitas untuk data berautokorelasi menggunakan model *time series* selain VAR dan menerapkannya ke dalam grafik kendali *Hotelling* atau pada grafik kendali lainnya dan menggunakan data autokorelasi positif.

## DAFTAR PUSTAKA

- Choirotunnisa N., Maiyastri., & Asdi Y. (2015). Autokorelasi pada Bagan Kendali, *Jurnal matematika UNAND*, Vol 3, No. 2: 88-96.
- Jolliffe. (2002). *Principal Component Analysis, Second Edition*. New York: Springer.
- Kruger U., Zhou Y., & Irwin G. W. (2002). Advanced Monitoring of Complex Autocorrelated Processes. *Intelligent Systems and Control Research Group, Queen's University of Belfast*, 62: 179-190.
- Montgomery D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control, 6<sup>th</sup> Edition*. Amerika: John Wiley and Sons, Inc.
- Ödük R. (2012). Control Charts for Serially Dependent Multivariate Data. *Thesis of The Departement of Informatics and Mathematical Modelling at Technical University, Denmark*.
- Oyeyemi G. M. (2011). Principal Component Chart for Statistical Process Control, *The online Journal of Science and Technology*, Vol. 1, No. 2:227-233.
- Side S. (2006). *Sistem Dinamik*. Makassar: UNM.
- Stefaniak. (2009). Multivariate Process Control Applications for Autocorrelated Data. *Thesis of Informatics and Mathematical Modelling at Technical University, Denmark*.
- Vanhatalo E. & Kulahci M. (2014). The Effect of Autocorrelation on the Hotelling  $T^2$  Control Chart, *Journal of Quality and Reliability Engineering International*. Denmark: John Wiley and Sons Ltd.
- Vanhatalo E. & Kulahci M. (2015). Impact of Autocorrelation on Principal Components and Their Use in Statistical Process Control, *Journal of Quality and Reliability Engineering International*. Denmark: John Wiley and Sons Ltd.
- Wei W. S. (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods, Second Edition*. Pearson Education, Inc.