

Pemodelan Laju Kematian Pasien Covid-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda menggunakan Model Regresi Weibull

Nur Azizah^{1, a)}, Suyitno^{1, b)}, dan Memi Nor Hayati^{2, c)}

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

^{a)} nurazzhm0509@gmail.com

Abstrak. Model regresi Weibull adalah pengembangan dari distribusi Weibull, yakni distribusi Weibull yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Model-model regresi Weibull yang dibahas pada penelitian ini adalah model regresi survival Weibull dan regresi hazard Weibull. Model regresi Weibull pada penelitian ini diaplikasikan pada data waktu pasien penderita penyakit COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda Tahun 2021. Event penelitian ini adalah kematian pasien COVID-19. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui model regresi survival Weibull dan regresi hazard Weibull pada data waktu rawat inap pasien penderita penyakit COVID-19, mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap peluang pasien tidak meninggal (survive) dan laju kematian pasien penderita penyakit COVID-19, serta mengetahui interpretasi model regresi survival Weibull dan regresi hazard Weibull. Metode penaksiran parameter adalah Maximum Likelihood Estimation (MLE). Pengujian hipotesis parameter terdiri dari pengujian hipotesis parameter secara serentak dan secara parsial. Kesimpulan penelitian adalah penaksir Maximum Likelihood (ML) diperoleh menggunakan metode Iteratif Newton-Raphson. Berdasarkan pengujian hipotesis, faktor-faktor yang berpengaruh terhadap peluang tidak meninggal (survive) dan laju kematian pasien penyakit COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda adalah saturasi oksigen.

Kata Kunci: Iteratif Newton-Raphson, Regresi Hazard Weibull, Regresi Survival Weibull, MLE, Penyakit COVID-19.

Abstract. The Weibull regression model is the development of the Weibull distribution, namely the Weibull distribution which is affected directly by the covariates. The Weibull regression models discussed in this study are the Weibull survival regression model and the Weibull hazard regression model. The Weibull regression model in this study was applied to data of COVID-19 patients hospitalization time at the Abdul Wahab Sjahranie Hospital in Samarinda 2021. The event of this study was the death of the COVID-19 patients. The purpose of this study was to determine the Weibull survival regression model and Weibull hazard regression to data of COVID-19 patients hospitalization time, to know the factors that influence the chance of patients survive and the mortality rate of COVID-19 patients, and to interpret of the Weibull survival regression and Weibull hazard regression model. The parameter estimation method was Maximum Likelihood Estimation (MLE). Hypothesis parameter testing consists of parameter testing simultaneously and partially. Conclusion of this study that the Maximum Likelihood (ML) estimator was obtained using the Newton-Raphson iterative method. Based on hypothesis testing, the factors affecting the chance of survive and the mortality rate of COVID-19 patients at the Abdul Wahab Sjahranie Hospital Samarinda is oxygen saturation.

Keywords: Newton-Raphson Iterative, Hazard Weibull Regression, Survival Weibull Regression, MLE, COVID-19.

PENDAHULUAN

Pemerintah mengumumkan secara resmi kasus *Corona Virus Disease* (COVID-19) pertama di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020. Pengakuan dua warga Indonesia yang positif bahwa mereka telah melakukan kontak langsung dengan warga negara Jepang yang sedang berkunjung ke Indonesia. Kasus meninggal akibat COVID-19 pertama kali di Indonesia terkonfirmasi pada

tanggal 11 Maret 2020. Korban yang meninggal adalah pria berusia 59 tahun warga asal Solo (Sukur, Bayu & Ray, 2020).

Penyakit COVID-19 merupakan pandemi dan virus COVID-19 sejak Maret 2020 telah menyebar di 34 provinsi Indonesia, termasuk Kalimantan Timur. Jumlah total penderita COVID-19 di Kalimantan Timur pada bulan Mei 2021 adalah sebesar 2.971 jiwa dengan jumlah total kasus kematian sebesar 82 jiwa. Setelah hari raya Idul Fitri Tahun 2021, jumlah penderita COVID-19 terus mengalami peningkatan, dimana jumlah total penderita COVID-19 pada bulan September 2021 adalah sebesar 6.113 jiwa, dengan jumlah total kasus kematian sebesar 310 jiwa (Dinkes Kaltim, 2021).

Pandemi COVID-19 sangat meresahkan karena menimbulkan kekhawatiran masyarakat. COVID-19 merupakan penyakit yang penularannya cepat dan sangat berbahaya serta telah memakan banyak korban meninggal, oleh karena itu perlu tindakan dan pencegahan penularan. Upaya untuk mencegah dan memotong rantai penularan COVID-19 adalah dengan selalu menerapkan protokol kesehatan, yaitu mencuci tangan, memakai masker, menjaga jarak, menjauhi kerumunan, dan mengurangi mobilitas. Pasien COVID-19 yang mengalami gejala ringan dapat melakukan isolasi mandiri, dan yang mengalami gejala berat harus dirawat di rumah sakit. Upaya pencegahan yang lain adalah dengan memberikan informasi melalui pemodelan statistika. Melalui pemodelan statistika ini juga dapat diinformasikan laju kematian penderita COVID-19 dimana informasi ini dapat digunakan sebagai pertimbangan dan motivasi masyarakat agar lebih disiplin dalam menerapkan protokol kesehatan.

Laju kematian dan peluang bertahan hidup (*survive*) penderita COVID-19 serta faktor-faktor yang memengaruhinya dapat dimodelkan menggunakan Regresi Weibull berdasarkan data waktu rawat inap. Model regresi Weibull adalah pengembangan dari distribusi Weibull, yakni distribusi Weibull yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Model-model regresi Weibull yang dibahas pada penelitian ini adalah model regresi *survival* Weibull dan regresi *hazard* Weibull. Regresi Weibull banyak diaplikasikan dalam bidang kesehatan, yaitu pada data waktu untuk mengetahui peluang *survive* dan menentukan kelajuan (*rate*) suatu individu mengalami suatu *event* (Gustiani, Suyitno & Nasution, 2019).

Penelitian ini dibatasi pada pemodelan regresi Weibull yang dikembangkan dari distribusi Weibull versi skala-bentuk, dan data yang digunakan adalah data rekam medis pasien rawat inap COVID-19 di Rumah Sakit Umum Daerah (RSUD) Abdul Wahab Sjahranie, Samarinda, Kalimantan Timur pada masa PPKM Bulan Mei hingga September 2021. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model regresi *survival* Weibull dan *hazard* Weibull serta faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi peluang tidak meninggal dan laju kematian pasien penderita penyakit COVID-19 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda.

KAJIAN PUSTAKA

Distribusi Variabel Waktu

Fungsi-fungsi yang saling berhubungan dalam analisis *survival* adalah fungsi kepadatan peluang (FKP), fungsi *survival*, fungsi *hazard*, dan fungsi distribusi kumulatif. Misal T (bilangan non negatif) adalah variabel waktu, maka fungsi distribusi kumulatif dinotasikan oleh $F(t)$ dan didefinisikan oleh

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(x)dx, 0 \leq t < \infty. \quad (1)$$

dengan $f(x)$ adalah FKP. Berdasarkan persamaan (1) FKP didefinisikan oleh

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right] = \frac{d}{dt} F(t) \quad (2)$$

Fungsi *survival* didefinisikan sebagai peluang suatu objek atau individu dapat *survive* sampai waktu t atau peluang seorang individu mengalami *event* setelah durasi t , yaitu

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t) \quad (3)$$

Fungsi *hazard* dikenal sebagai *hazard rate* yang dinotasikan dengan $h(t)$ dan didefinisikan oleh

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < (t + \Delta t) | T \geq t)}{\Delta t} \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (2) dan (3), fungsi *hazard* pada persamaan (4) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (5)$$

(Imani, 2018)

Distribusi Weibull

Distribusi Weibull salah satu distribusi yang memiliki peranan penting dalam analisis data *survival*. Salah satu bentuk distribusi Weibull adalah distribusi Weibull versi skala-bentuk (*scale-shape version*). FKP variabel T berdistribusi Weibull versi skala-bentuk adalah

$$f(t) = \lambda \gamma t^{\gamma-1} \exp[-\lambda t^\gamma], 0 \leq t < \infty; 0 < \lambda, \gamma < \infty \quad (6)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (3), fungsi *survival* adalah

$$S(t) = \exp(-\lambda t^\gamma) \quad (7)$$

Berdasarkan persamaan (5), (6) dan (7), fungsi *hazard* diberikan oleh

$$h(t) = \gamma \lambda t^{\gamma-1} \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (7), fungsi distribusi kumulatif adalah

$$F(t) = 1 - \exp[-\lambda t^\gamma] \quad (9)$$

(Rinne, 2009).

Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Salah satu metode penaksiran parameter distribusi Weibull adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE merupakan metode penaksiran parameter dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Misal diberikan n data pengamatan variabel waktu T , yaitu $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ yang saling bebas dan berdistribusi identik, yaitu $t_i \sim W(\lambda, \gamma), i = 1, 2, 3, \dots, n$. Berdasarkan FKP (6), fungsi *likelihood* didefinisikan

$$L(\theta_0) = \prod_{i=1}^n f(t_i | \theta_0) = \prod_{i=1}^n \lambda \gamma t_i^{\gamma-1} \exp[-\lambda t_i^\gamma] \quad (10)$$

dengan $\theta_0 = [\lambda \quad \gamma]^T$. Penaksir $(\hat{\theta}_0)$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\theta_0)$ juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Fungsi *log-likelihood* berdasarkan persamaan (10) adalah

$$\ell(\theta_0 | \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n [\ln \lambda + \ln \gamma + (\gamma - 1) \ln t_i - \lambda t_i^\gamma] \quad (11)$$

$\hat{\theta}_0$ yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* (*likelihood*) diperoleh dari turunan pertama dari fungsi *log-likelihood* (11) terhadap semua parameter dan kemudian disamakan dengan nol, yaitu $\frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \ell(\theta_0)} = 0$ (12)

dimana persamaan (12) dinamakan persamaan *likelihood*. Ruas kiri persamaan (12) adalah vektor gradien, yaitu

$$\mathbf{g}(\theta_0) = \frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \theta_0} = \left[\frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \lambda} \quad \frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \gamma} \right]^T \quad (13)$$

Komponen-komponen vektor gradien (13) dapat dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu berturut-turut adalah

$$\frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{\lambda} - t_i^\gamma \right], \text{ dan } \frac{\partial \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{\gamma} + \ln t_i - \lambda t_i^\gamma \ln t_i \right] \quad (14)$$

Persamaan (14) merupakan persamaan-persamaan nonlinier yang saling bergantung, sehingga solusi eksak persamaan *likelihood* (12) untuk mendapatkan penaksir eksak ML tidak dapat ditemukan secara analitis. Metode untuk mendapatkan penaksir ML ($\hat{\theta}_0$) adalah metode iteratif

Newton-Raphson. Algoritma iterasi Newton-Raphson untuk menentukan $\hat{\theta}_0$ adalah

$$\hat{\theta}_0^{q+1} = \hat{\theta}_0^{(q)} - \left[\mathbf{H}(\hat{\theta}_0^{(q)}) \right]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\theta}_0^{(q)}), q = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

dengan $\mathbf{g}$ adalah vektor gradien dan $\mathbf{H}$ adalah matriks Hessian, yaitu matriks turunan parsial orde ke-2 dari fungsi *log-likelihood* terhadap semua kombinasi semua parameter, dengan bentuk umum sebagai berikut

$$\mathbf{H}(\theta_0) = \left[\frac{\partial^2 \ell(\theta_0 | \mathbf{t})}{\partial \theta_0} \right] \quad (16)$$

(Suyitno, 2017).

Pengujian Distribusi Data

Salah satu metode non-parametrik pengujian distribusi adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis pengujian distribusi menggunakan Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut

$$H_0 : F(t) = \hat{F}(t)_{\text{vs}} H_1 : F(t) \neq \hat{F}(t)$$

Statistik uji adalah

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |\hat{F}(t_i) - F_n(t_i)|, \quad (17)$$

dimana

$$F_n(t_i) = \frac{\text{banyaknya data yang } \leq t_i}{n}, \quad (18)$$

dan $\hat{F}(t)$ adalah fungsi distribusi yang dihipotesiskan, yaitu fungsi penaksiran distribusi kumulatif yang diberikan oleh persamaan (15). H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika $D > D_{(\alpha, n)}$ (Mufidah & Purhadi, 2016).

Regresi Weibull

Parameter skala λ distribusi Weibull yang diberikan oleh persamaan (6), (7), (8) dan (9) adalah bilangan riil positif, sehingga dapat dinyatakan dalam parameter regresi, yaitu

$$\lambda(x) = \exp(-\beta^T x) = \exp(-\beta_0 - \beta_1 X_1 - \beta_2 X_2 - \dots - \beta_p X_p), \quad (19)$$

dimana $\beta^T = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \dots \quad \beta_p]$ dan $x = [X_0 \quad X_1 \quad \dots \quad X_p]^T$; $X_0 = 1$

Berdasarkan persamaan (7) dan (19) didapat model regresi *survival* Weibull adalah

$$S(t | x) = \exp(-t^\gamma \exp(-\beta^T x)) \quad (20)$$

Berdasarkan persamaan (8) dan (19) didapat model regresi *hazard* Weibull yaitu

$$h(t | x) = \gamma t^{\gamma-1} \exp(-\beta^T x) \quad (21)$$

Berdasarkan persamaan (6) dan (19), didapat FKP yang dinyatakan dalam parameter regresi, yaitu

$$f(t | x) = \gamma t^{\gamma-1} \exp(-\beta^T x) \exp(-t^\gamma \exp(-\beta^T x)) \quad (22)$$

(Suyitno, 2017).

Penaksiran Parameter Model Regresi Weibull

Penaksiran parameter model regresi Weibull dapat menggunakan metode MLE. Langkah pertama metode MLE adalah mendefinisikan fungsi *likelihood*. Misal data pengamatan kovariat individu ke- i adalah $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan data waktu *survival* untuk individu ke- i adalah $T = t_i$ dimana peluang individu ke- i mengalami *event* dengan status $\delta_i = 1$ adalah $P(T = t_i) = f(t_i | x_i)$ dan *survive* dengan status $\delta_i = 0$ (tersensor kanan) adalah $S(t_i)$. Hasil pengamatan terhadap individu ke- i dapat dinyatakan (t_i, δ_i, x_i) . Berdasarkan persamaan (20), (21) dan (22) maka fungsi *likelihood* dapat dinyatakan

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n (f(t_i | x_i))^{\delta_i} (S(t_i | x_i))^{1-\delta_i} = \prod_{i=1}^n (\gamma t_i^{\gamma-1} \exp(-\beta^T x_i))^{\delta_i} \exp(-t_i^\gamma \exp(-\beta^T x_i)) \quad (23)$$

dengan $\theta = [\gamma \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad \dots \quad \beta_p]^T$ dan $x_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{pi}]^T$. Fungsi *log-likelihood* berdasarkan fungsi *likelihood* (23) adalah

$$\ell(\theta) = \ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^n [\delta_i [\ln \gamma + (\gamma - 1) \ln t_i - \beta^T x_i] - t_i^\gamma \exp[-\beta^T x_i]] \quad (24)$$

Penaksir ML ($\hat{\theta}$) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan *likelihood* yang diberikan oleh

$$\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} = \mathbf{0} \quad (25)$$

dengan $\mathbf{0}$ adalah vektor nol berdimensi $p+2$, dan ruas kanan persamaan (25) adalah vektor gradien berdimensi $p+2$, yaitu

$$\mathbf{g}(\theta) = \left[\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \gamma} \quad \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \beta_0} \quad \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \beta_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \beta_p} \right]^T \quad (26)$$

Komponen-komponen dari persamaan (26) berturut-turut adalah

$$\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \left(\delta_i \left[\frac{1}{\gamma} + \ln t_i \right] - t_i^\gamma \ln t_i \exp[-\beta^T x_i] \right), \text{ dan} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_k} = - \sum_{i=1}^n (\delta_i X_{ik} + X_{ik} t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) = - \sum_{i=1}^n X_{ik} (\delta_i + t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \quad (28)$$

untuk $k = 0, 1, 2, \dots, p$. Berdasarkan komponen-komponen vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (27) dan (28) maka persamaan *likelihood* (25) terdiri dari persamaan-persamaan nonlinier yang saling bergantung, sehingga solusi eksak persamaan (25) untuk mendapatkan penaksir eksak ML tidak dapat dilakukan secara analitis. Metode alternatif dalam menyelesaikan persamaan (25) untuk mendapatkan penaksir ML ($\hat{\boldsymbol{\theta}}$) adalah metode iteratif Newton-Raphson.

Formula dari iterasi Newton-Raphson untuk menentukan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ adalah

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}), q = 0, 1, 2, \dots \quad (29)$$

dengan $\mathbf{g}$ adalah vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (26) dan $\mathbf{H}$ adalah matriks Hessian, yaitu turunan parsial orde ke-2 dari fungsi *log-likelihood* terhadap semua kombinasi semua parameter $\boldsymbol{\theta}$, dan dapat ditulis dalam bentuk umum

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta^2} \right] \quad (30)$$

Berdasarkan turunan orde pertama yang diberikan oleh persamaan (27) dan (28), elemen-elemen matriks Hessian $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ yang diberikan oleh persamaan (30) dapat dinyatakan dalam bentuk umum sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma^2} = \sum_{i=1}^n \left[-\frac{\delta_i}{\gamma^2} - (\ln t_i)^2 t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i] \right], \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_k^2} = \sum_{i=1}^n -\gamma^2 t_i^\gamma (X_{ik})^2 \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]; k = 0, 1, 2, \dots, p \quad (32)$$

Elemen-elemen nondiagonal utama dapat dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu untuk $k, l = 0, 1, 2, \dots, p$ didapat

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_k \partial \gamma} = \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma \partial \beta_k} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\sum_{i=1}^n (\delta_i X_{ik} - X_{ik} t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \right] = \sum_{i=1}^n - (X_{ik} \ln(t_i) t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_l \partial \beta_k} = \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_k \partial \beta_l} = \frac{\partial}{\partial \beta_k} \left[\sum_{i=1}^n (\delta_i X_{li} - X_{li} t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \right] = \sum_{i=1}^n - (X_{ki} X_{li} t_i^\gamma \exp[\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \quad (34)$$

(Fajriati, Suyitno & Wasono, 2022).

Pengujian Hipotesis Parameter Model Regresi Weibull

Pengujian signifikansi parameter terdiri dari pengujian signifikansi parameter regresi secara serentak dan pengujian signifikansi parameter regresi secara parsial. Hipotesis pengujian secara serentak adalah

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0 \text{ (Model regresi Weibull tidak layak)}$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, p \text{ (Model regresi Weibull layak)}$$

Statistik uji berdasarkan metode *likelihood ratio test* adalah

$$G = 2(\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1)) \quad (35)$$

dimana $G \sim \chi_p^2$ dan

$$\ell(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \left[\ln \hat{\gamma} + (\hat{\gamma} - 1) \ln t_i - \hat{\beta}^T \mathbf{x}_i \right] + t_i^{\hat{\gamma}} \exp \left[\hat{\beta}^T \mathbf{x}_i \right] \right] \quad (36)$$

adalah nilai maksimum fungsi *log likelihood* di bawah populasi berdasarkan persamaan (24), serta

$$\ell(\hat{\theta}_1) = \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \left[\ln \hat{\gamma}_0 + (\hat{\gamma}_0 - 1) \ln t_i - \hat{\beta}_{00} \right] + t_i^{\hat{\gamma}_0} \exp \left[-\hat{\beta}_{00} \right] \right] \quad (37)$$

adalah nilai maksimum fungsi *log-likelihood* di bawah model H_0 . Hipotesis H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika nilai $G > \chi^2_{(\alpha, p)}$, atau jika $P_{value} < \alpha$, dimana $P_{value} = P(G_v > G)$ dengan $G_v \sim \chi_p^2$ (Pawitan, 2001).

Pengujian hipotesis parameter regresi secara parsial untuk mengetahui apakah kovariat tertentu secara individual berpengaruh terhadap model regresi Weibull. Hipotesis pengujian secara parsial untuk k tertentu $k = 0, 1, 2, \dots, p$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0$ (Variabel kovariat X_k tidak berpengaruh terhadap model regresi Weibull)

$H_1 : \beta_k \neq 0$ (Variabel kovariat X_k berpengaruh terhadap model regresi Weibull)

Statistik uji diberikan oleh

$$W_k = \frac{\hat{\beta}_k}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_k)}}; k = 0, 1, 2, \dots, p \quad (38)$$

dimana $W_k \sim N(0, 1)$, dengan $\text{var}(\hat{\beta}_k)$ adalah elemen diagonal utama ke- $k + 1$ dari invers matriks informasi Fisher $[\mathbf{I}(\hat{\theta})]$. H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika $|W_0| > Z_{1-\alpha/2}$ atau $p_{value} < \alpha$, dengan

$$p_{value} = P(|W| > |W_0|) = 1 - 2P(W > |W_0|) \quad (39)$$

dimana W adalah peubah acak berdistribusi $N(0, 1)$ (Pawitan, 2001).

Pendeteksian Multikolinieritas

Syarat agar penaksiran parameter regresi Weibull dapat dilakukan adalah tidak ada multikolinieritas antar kovariat. Multikolinieritas dapat dideteksi dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) yang dapat dihitung berdasarkan formula

$$VIF = \frac{1}{1 - R_k^2} \quad (40)$$

dengan R_k^2 adalah koefisien determinasi dari kovariat X_k yang diregresikan terhadap kovariat lainnya (Hocking, 2003).

Interpretasi Model Regresi Weibull

Interpretasi model regresi Weibull adalah berdasarkan nilai rasio regresi *hazard* dan regresi *survival*. Nilai rasio regresi *hazard* Weibull berdasarkan kovariat X_k (kontinu) yang berpengaruh adalah

$$RH(x_k) = \frac{h(t | x_k + 1)}{h(t)} = \frac{\exp(-\hat{\beta}_k(x_k + 1))}{\exp(-\hat{\beta}_k x_k)} = \exp(-\hat{\beta}_k) \quad (41)$$

Nilai rasio regresi *survival* Weibull untuk individu ke- i berdasarkan kovariat X_k (kontinu) yang berpengaruh adalah

$$RS(x_k) = \frac{\hat{S}(t_i | x_k + 1)}{\hat{S}(t_i)} = \frac{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}} \exp\left(-\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_1 - \hat{\beta}_2 x_2 - \dots - \hat{\beta}_k (x_k + 1) - \dots - \hat{\beta}_p x_p\right)\right]}{\exp\left[-t_i^{\hat{\gamma}} \exp\left(-\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_1 - \hat{\beta}_2 x_2 - \dots - \hat{\beta}_k x_k - \dots - \hat{\beta}_p x_p\right)\right]}. \quad (42)$$

(Hosmer, Lomeshow & Way, 2008).

Pemilihan Model Terbaik

Model terbaik diperoleh melalui penaksiran parameter semua model yang melibatkan semua kombinasi kovariat dan berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang terkecil. Nilai AIC dihitung berdasarkan formula

$$AIC = -2\ell(\hat{\theta}) + 2K, \quad (43)$$

di mana $\ell(\hat{\theta})$ adalah nilai maksimum fungsi *log-likelihood* (24) dan K adalah banyaknya parameter pada setiap model yang terbentuk (Collet, 1994).

COVID-19

Penyebaran COVID-19 berdasarkan laporan datang dari Hubei dan kemudian menyebar ke provinsi-provinsi lain di China (Wu & McGoogan, 2020). Penyebaran COVID-19 sangat cepat dan berbahaya, beberapa faktor seseorang dapat terinfeksi COVID-19 adalah memiliki riwayat penyakit komorbid hipertensi dan diabetes melitus, jenis kelamin laki-laki, dan perokok aktif. Penderita COVID-19 pada umumnya lebih banyak laki-laki daripada perempuan diduga terkait dengan prevalensi perokok aktif yang lebih tinggi (Cai, 2020). Infeksi COVID-19 dapat menimbulkan gejala ringan, sedang atau berat. Gejala klinis utama yang muncul yaitu demam (suhu $> 38^\circ C$), batuk dan kesulitan bernapas. Gejala lainnya yaitu sesak memberat, *fatigue*, *mialgia*, gejala *gastrointestinal* seperti diare dan gejala saluran napas lain. Setengah dari pasien timbul sesak dalam satu minggu. Pada beberapa pasien, gejala yang muncul ringan, bahkan tidak disertai dengan demam. Kebanyakan pasien memiliki prognosis baik, dengan sebagian kecil dalam kondisi kritis meninggal (Kemenkes RI, 2020).

METODOLOGI PENELITIAN

Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data rekam medis pasien rawat inap penyakit COVID-19 pada bulan Mei hingga September 2021 di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda, Kalimantan Timur. Variabel penelitian adalah variabel waktu rawat inap pasien COVID-19 dan sembilan kovariat seperti yang disajikan pada Tabel 1.

TABEL 1. Definisi Operasional Variabel

Variabel	Nama Variabel	Tipe Data	Satuan
T	Waktu (durasi waktu) rawat inap pasien	Kontinu	Hari
X_1	Umur pasien	Kontinu	Tahun
X_2	Saturasi oksigen	Kontinu	Persen
X_3	Tekanan darah sistolik	Kontinu	mmHg
X_4	Tekanan darah diastolik	Kontinu	mmHg
X_5	Kadar gula darah	Kontinu	mg/dL
X_6	Berat badan pasien	Kontinu	Kg
X_7	Jenis kelamin	Kategorik	0 : Perempuan 1 : Laki-laki
X_8	Riwayat penyakit lain	Kategorik	0 : Tidak Ada

Variabel	Nama Variabel	Tipe Data	Satuan
X_9	Suhu tubuh	Kontinu	1 : Ada °C

HASIL DAN PEMBAHASAN

Statistika Deskriptif

Deskripsi data dinyatakan dalam statistika deskriptif seperti disajikan dalam Tabel 2.

TABEL 2. Statistika Deskriptif Data Penelitian

Data	Min	Maks	Rata-rata	Simpangan Baku
T	1	16	6,97	3,97
X_1	10	87	54,1	14,53
X_2	46	99	83,4	13,51
X_3	77	200	135,1	26,67
X_4	40	120	76,6	15,48
X_5	39	699	203,4	129,64
X_6	40	156	68,01	16,36

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh informasi bahwa waktu rawat inap pasien COVID-19 paling cepat 1 hari dan paling lama 16 hari. Rata-rata waktu rawat inap pasien yaitu 7 hari dengan simpangan baku sebesar 4 hari. Umur pasien COVID-19 paling muda 10 tahun dan paling tua 87 tahun. Rata-rata umur pasien yaitu 54 tahun dengan simpangan baku sebesar 15. Saturasi oksigen pasien COVID-19 paling rendah 46% dan paling tinggi 99%. Rata-rata saturasi oksigen pasien yaitu 83,4% dengan simpangan baku sebesar 13,51%. Tekanan darah sistolik pasien COVID-19 paling rendah 77 mmHg dan paling tinggi 200 mmHg. Rata-rata tekanan darah sistolik pasien yaitu 135,1 mmHg dengan simpangan baku sebesar 26,67 mmHg. Tekanan darah diastolik pasien COVID-19 paling rendah 40 mmHg dan paling tinggi 120 mmHg. Rata-rata tekanan darah diastolik pasien yaitu 76,6 mmHg dengan simpangan baku sebesar 15,48 mmHg. Kadar gula darah pasien COVID-19 paling rendah 39 mg/dL dan paling tinggi 699 mg/dL. Rata-rata kadar gula darah pasien yaitu 203,4 mg/dL dengan simpangan baku sebesar 129,64 mg/dL. Berat badan pasien COVID-19 paling rendah 40 kg dan paling tinggi 156 kg. Rata-rata berat badan pasien yaitu 68,01 kg dengan simpangan baku sebesar 16,36 kg. Suhu tubuh pasien COVID-19 paling rendah 35 °C dan paling tinggi 39,1 °C. Rata-rata suhu tubuh pasien yaitu 36,784 °C dengan simpangan baku sebesar 0,78 °C. Pasien COVID-19 dengan jenis kelamin laki-laki lebih banyak dibandingkan jenis kelamin perempuan, pasien lakilaki ada sebanyak 47 orang dan pasien perempuan ada sebanyak 33 orang. Pasien COVID-19 dengan riwayat penyakit lain lebih banyak dibandingkan pasien yang tidak memiliki riwayat penyakit lain, pasien dengan riwayat penyakit lain ada sebanyak 57 orang dan yang tidak memiliki riwayat penyakit lain ada sebanyak 23 orang.

Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Perhitungan penaksiran parameter distribusi Weibull menggunakan *software* Octave 6.2.0 dan hasil penaksiran dapat dilihat pada Tabel 3.

TABEL 3. Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Parameter	Taksiran
Skala (λ)	0,0303
Bentuk (γ)	1,8476

Berdasarkan hasil penaksiran parameter pada Tabel 3 didapatkan penaksir fungsi distribusi kumulatif adalah

$$\hat{F}(t) = 1 - \exp(-0,0303t^{1,8476}) \quad (44)$$

Pengujian Distribusi Data

Hipotesis pengujian distribusi menggunakan Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut

$$H_0 : F(t) = \hat{F}(t) \quad \text{vs} \quad H_1 : F(t) \neq \hat{F}(t),$$

dengan $\hat{F}(t)$ diberikan oleh persamaan (44). Statistik uji diberikan oleh persamaan (17) dan perhitungan menggunakan *software* Octave 6.2.0 dapat disajikan pada Tabel 4 berikut ini.

TABEL 4. Hasil Pengujian Distribusi Weibull

D_{Hitung}	D_(60;0,05)	Keputusan
0,1508	0,172	Gagal tolak H_0

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 4 diputuskan gagal menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, sehingga disimpulkan bahwa data waktu rawat inap pasien COVID-19 yang mengalami *event* berdistribusi Weibull dengan fungsi distribusi diberikan pada persamaan (44).

Pendeteksian Multikolinieritas

Nilai VIF ≥ 10 mengidentifikasi adanya multikolinieritas antar kovariat. Hasil perhitungan nilai VIF setiap kovariat menggunakan *software* Octave 6.2.0 dapat dilihat pada Tabel 5.

TABEL 5. Hasil Nilai VIF Kovariat

Kovariat	Nilai VIF	Kovariat	Nilai VIF
Umur (X_1)	1,4042	Berat badan (X_6)	1,3900
Saturasi oksigen (X_2)	1,1112	Jenis kelamin (X_7)	1,1619
Tekanan darah sistolik (X_3)	2,7302	Riwayat penyakit lain (X_8)	1,2176
Tekanan darah diastolik (X_4)	2,6996	Suhu tubuh (X_9)	1,0792
Gula darah (X_5)	1,1492		

Berdasarkan Tabel 5 dapat dilihat bahwa nilai VIF setiap variabel kovariat kurang dari 10 sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat multikolinieritas antar kovariat sehingga pemodelan regresi Weibull dapat melibatkan ke-9 kovariat seperti Tabel 1.

Penaksiran Parameter Model Regresi dan Pemilihan Model Terbaik

Penaksiran parameter menggunakan metode MLE. Penaksiran parameter dilakukan terhadap semua model dari semua kombinasi kovariat. Model terbaik diperoleh melalui penaksiran parameter semua model dari semua kombinasi kovariat dengan kriteria model yang dihasilkan adalah layak (*fit*) berdasarkan uji serentak, nilai AIC model tersebut paling kecil dan kovariat-kovariat yang berpengaruh paling banyak. Berdasarkan semua kombinasi dari 9 kovariat pada Tabel 5, dapat dibentuk sebanyak 511 model regresi Weibull dan diperoleh model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil sebesar $-195,40$ yaitu model regresi Weibull yang melibatkan 4 kovariat, yakni umur (X_1), saturasi oksigen (X_2), tekanan darah diastolik (X_4), riwayat penyakit lain (X_8). Model umum regresi *survival* Weibull dan *hazard* Weibull dengan 9 kovariat yaitu umur (X_1), saturasi oksigen (X_2), tekanan darah sistolik (X_3), tekanan darah diastolik (X_4), gula darah (X_5), berat badan (X_6), jenis kelamin (X_7), riwayat penyakit lain (X_8), dan suhu tubuh (X_9) berturut-turut adalah

$$S(t | \mathbf{x}) = \exp\left(-t^\gamma \exp(-\beta_0 - \beta_1 X_1 - \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3 - \beta_4 X_4 - \beta_5 X_5 - \beta_6 X_6 - \beta_7 X_7 - \beta_8 X_8 - \beta_9 X_9)\right) \quad (45)$$

$$h(t | \mathbf{x}) = \gamma t^{\gamma-1} \exp\left((-\beta_0 - \beta_1 X_1 - \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3 - \beta_4 X_4 - \beta_5 X_5 - \beta_6 X_6 - \beta_7 X_7 - \beta_8 X_8 - \beta_9 X_9)\right) \quad (46)$$

Hasil penaksiran parameter model regresi Weibull terbaik dapat dilihat pada Tabel 6.

TABEL 6. Hasil Perhitungan Penaksiran Parameter Model Regresi Weibull

Taksiran	Parameter					
	γ	β_0	β_1	β_2	β_4	β_8
	1,756	-0,8164	-0,0075	0,0462	0,0115	0,4234

Berdasarkan hasil penaksiran parameter model regresi Weibull pada Tabel 6 maka diperoleh model regresi *survival* Weibull terbaik dan regresi *hazard* terbaik berturut-turut adalah

$$\hat{S}(t | \mathbf{x}) = \exp\left[-t^{1,756} \exp(0,8164 + 0,0075 X_1 - 0,0462 X_2 - 0,0115 X_4 - 0,4234 X_8)\right] \quad (47)$$

$$h(t | \mathbf{x}) = 1,756 t^{0,756} \exp[0,8164 + 0,0075 X_1 - 0,0462 X_2 - 0,0115 X_4 - 0,4234 X_8] \quad (48)$$

Pengujian Hipotesis

Hipotesis dari pengujian parameter regresi secara serentak adalah

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_4 = \beta_8 = 0 \text{ (Model regresi Weibull tidak layak)}$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k \neq 0, k = 1, 2, 4, 8 \text{ (Model regresi Weibull layak)}$$

Statistik uji adalah statistik uji G pada persamaan (35) yang berdistribusi $\chi^2_{(0,05,4)}$. Hasil pengujian hipotesis parameter regresi Weibull secara serentak dapat dilihat pada Tabel 6.

TABEL 7. Hasil Pengujian Secara Serentak Model Regresi Weibull Terbaik

Statistik Uji G	$\chi^2_{(0,05,4)}$	P_{value}	Keputusan
21,913	11,1433	$2,0857 \times 10^{-4}$	Menolak H_0

Berdasarkan hasil perhitungan pengujian secara serentak pada Tabel 7 diputuskan menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, karena $G = 21,913 > \chi^2_{(0,05,4)} = 11,1433$. Kesimpulan uji adalah model regresi Weibull layak (*fit*) dan pengujian parameter regresi dilanjutkan dengan pengujian hipotesis secara parsial. Hipotesis pengujian parameter regresi secara parsial adalah

$$H_0 : \beta_k = 0 \text{ (Variabel kovariat } X_k \text{ tidak berpengaruh terhadap model regresi Weibull)}$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0 \text{ (Variabel kovariat } X_k \text{ berpengaruh terhadap model regresi Weibull)}$$

dimana $k = 0, 1, 2, 4, 8$. Statistik uji diberikan pada persamaan (38) dan hasil pengujian hipotesis parameter regresi Weibull secara parsial dapat dilihat pada Tabel 7.

TABEL 8. Hasil Pengujian Secara Parsial Model Regresi Weibull Terbaik

Variabel	W_{hitung}	P_{value}	Keputusan
Konstanta (β_0)	0,6221	0,5338	Gagal menolak H_0
Umur (β_1)	0,7921	0,4283	Gagal menolak H_0
Saturasi Oksigen (β_2)	4,5504	$5,3549 \times 10^{-6}$	Menolak H_0
Tekanan darah diastolik (β_4)	1,3039	0,1922	Gagal menolak H_0

TABEL 9. Hasil Pengujian Secara Parsial Model Regresi Weibull Terbaik (Lanjutan)

Variabel	W_{hitung}	P_{value}	Keputusan
Riwayat penyakit lain (β_8)	1,3929	0,1636	Gagal menolak H_0

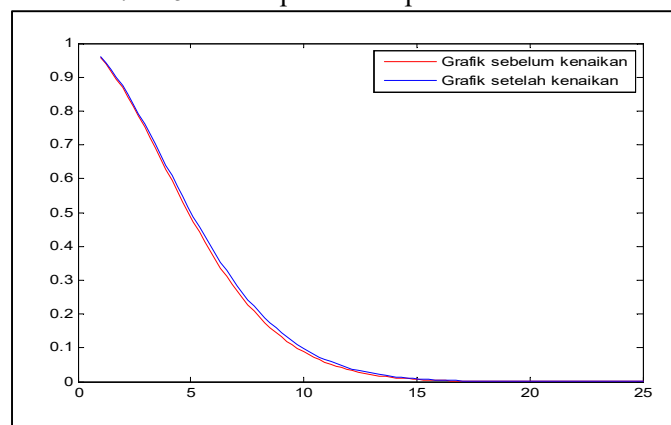
Berdasarkan hasil pengujian parameter regresi Weibull pada Tabel 8 diputuskan bahwa variabel saturasi oksigen menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, dimana $W_{hitung} > Z_{(0,975)} = 1,96$ dan didapatkan kesimpulan bahwa saturasi oksigen berpengaruh terhadap peluang pasien tidak meninggal (*survive*) dan laju kematian pasien penyakit COVID-19.

Interpretasi Model Regresi Weibull

Interpretasi model regresi Weibull di hitung berdasarkan nilai rasio, interpretasi dilakukan pada kovariat yang berpengaruh yaitu saturasi oksigen (X_2). Nilai rasio regresi *survival* pasien ke-10 berdasarkan kovariat saturasi oksigen (X_2) dimana $t = 8, X_1 = 78, X_2 = 71, X_4 = 73$, dan $X_8 = 1$

$$RS(X_2) = \frac{\hat{S}(t | X_2 + 1)}{\hat{S}(t)} = 1,0773. \quad (49)$$

Berdasarkan nilai rasio regresi *survival* (49) diinterpretasikan bahwa peluang pasien COVID-19 ke-10 tidak meninggal (*survive*) setelah dirawat selama 8 hari menjadi 1,0773 kali. Ini berarti peluang tidak meninggal pasien setelah kenaikan 1% saturasi oksigen meningkat sebesar 7,73%. Grafik fungsi *survival* pasien ke-10 sebelum kenaikan dan setelah kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% pada interval $1 \leq t \leq 25$ hari dapat dilihat pada Gambar 1



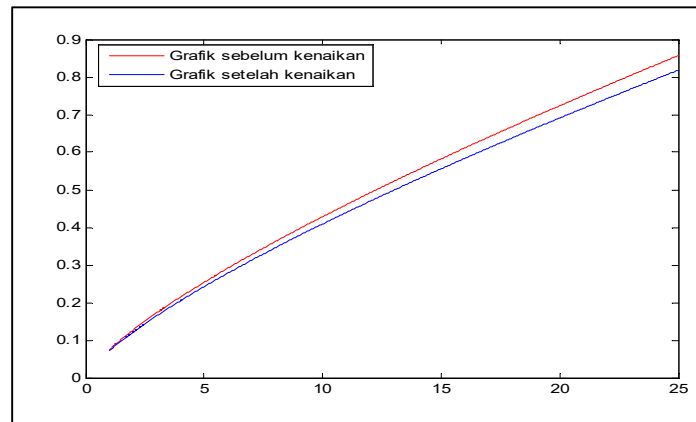
GAMBAR 1. Grafik Fungsi *Survival* Weibull Sebelum Kenaikan dan Setelah Kenaikan Saturasi Oksigen (X_2)

Berdasarkan Gambar 1, grafik berwarna merah adalah grafik fungsi *survival* Weibull sebelum kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% dan grafik berwarna biru adalah grafik *survival* Weibull setelah kenaikan saturasi oksigen sebesar 1%. Grafik berwarna biru berada di atas grafik berwarna merah, artinya peluang tidak meninggal pasien COVID-19 yang mengalami kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% lebih besar dari pada pasien yang tidak mengalami kenaikan saturasi oksigen. Nilai rasio regresi *hazard* setiap pasien adalah

$$Rh(X_2) = \frac{h(t, \mathbf{x} | X_2 + 1)}{h(t, \mathbf{x})} = \exp(-0,0462) = 0,9548 \quad (50)$$

Berdasarkan nilai rasio regresi *hazard* (50) diinterpretasikan bahwa laju kematian pasien penyakit COVID-19 sebelum dan setelah kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% menjadi 0,9548 kali. Ini berarti laju kematian pasien setelah kenaikan 1% saturasi oksigen menurun sebesar 4,52%.

Sebagai contoh grafik fungsi *hazard* pasien ke-10 sebelum kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% dan sesudah kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% pada interval $1 \leq t \leq 25$ hari dapat dilihat pada Gambar 1.



GAMBAR 2 Grafik Fungsi Hazard Weibull Sebelum Kenaikan dan Setelah Kenaikan Saturasi Oksigen (X_2)

Berdasarkan Gambar 2 grafik berwarna merah adalah grafik fungsi *hazard* Weibull sebelum kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% dan grafik berwarna biru adalah grafik *hazard* Weibull setelah kenaikan saturasi oksigen sebesar 1%. Grafik berwarna biru berada di bawah grafik berwarna merah, artinya laju kematian pasien yang mengalami kenaikan saturasi oksigen sebesar 1% lebih kecil dari pada laju kematian pasien yang tidak mengalami kenaikan saturasi oksigen sebesar 1%.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka didapatkan model regresi *survival* weibull adalah

$$\hat{S}(t | \mathbf{x}) = \exp \left[-t^{1.756} \exp(0,8164 + 0,0075X_1 - 0,0462X_2 - 0,0115X_4 - 0,4234X_8) \right],$$

dan model regresi *hazard* weibull adalah

$$h(t | \mathbf{x}) = 1,756t^{0,756} \exp[0,8164 + 0,0075X_1 - 0,0462X_2 - 0,0115X_4 - 0,4234X_8].$$

Faktor yang signifikan memengaruhi peluang pasien tidak meninggal dan laju kematian pasien penyakit COVID-19 adalah variabel saturasi oksigen (X_2).

DAFTAR PUSTAKA

- Cai, H. (2020). Sex difference and smoking predisposition in patients with COVID-19. *Lancet Respiratory Medicine*, 8(4). DOI: 10.1016/S2213-2600(20)30117-X.
- Collet, D. (1994). *Modelling survival data in medical research*. London: Chapman & Hall.
- Dinkes Kaltim. (2021). *Infografis COVID-19 kalimantan timur*. Kalimantan Timur: Dinas Kesehatan Kaltim.
- Fajriati, Ainun, N., Suyitno., & Wasono. (2022). Model regresi hazard rate weibull kesembuhan pasien rawat inap demam berdarah dengue (DBD) di RSUD panglima sebaya tanah grogot. *Jurnal Eksponensial*. 13(1), 35-44.

- Gustiani, M., Suyitno., & Nasution, Y. (2019). Pengaplikasian model regresi weibull univariat pada data waktu (tersensor kanan) rawat inap pasien DBD di RS Dirgahayu Samarinda. *Jurnal Eksponensial*, 5, 158-163.
- Hosmer, D.W., Lemeshow, S., & May, S. (2008). *Applied survival analysis: regression modelling of time-to-event data. 2nd edition*. New Jersey: John Wilsey & Sons.
- Imani, N. (2018). *Implementasi Model Regresi Weibull Terhadap Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Laju Perbaikan Kondisi Klinis Penderita Stroke*. (Skripsi, Universitas Islam Indonesia, 2018).
- Kemenkes RI. (2020). *Pedoman Pencegahan dan Pengendalian Coronavirus Disease (COVID-19)*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI.
- Mufidah, A.S. & Purhadi. (2016). Analisis *survival* pada pasien demam berdarah dengue (DBD) di RSU Haji Surabaya menggunakan model regresi weibull. *Jurnal Sains dan Seni*, 5(2), 301-306.
- Pawitan, Y. (2001). *In all likelihood statistical modelling and inference using likelihood*. Sweden: Clarendon Press-Oxford.
- Rinne, H. (2009). *The weibull distribution a handbook*. Germany: CRC Press.
- Sukur, M.H., Bayu, K., & Ray F.N. (2020). Penanganan pelayanan kesehatan di masa pandemi COVID-19 dalam perspektif hukum kesehatan. *Jurnal Inicio Legis*. 1(1), 4.
- Suyitno. (2017). Penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model regresi weibull univariat. *Jurnal Eksponensial*.8(2), 179-184.
- Wu, Z. & McGoogan, JM. (2020). Characteristics of and important lessons from the coronavirus disease 2019 (COVID-19) outbreak in china: summary of a report of 72314 cases from the chinese center for disease control and prevention. *JAMA*, 323(13), 1239-1242. DOI: 10.1001/jama.2020.2648.