Journal of Mathematics, Computations, and Statistics (hal. 20 – 28)
Vol. 5. No. 1, Mei 2022
http://www.ojs.unm.ac.id/jmathcos

Solusi Numerik Model Matematika SIRI Metode Perturbasi Homotopi dalam Penggunaan *E-money* Sistem *E-parking*

Hisyam Ihsan[1, a)], Ahmad Zaki[1, b)*], dan Nur Syuaiba[1, c)*]

[1]*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar*

[a)] hisyamihsan@gmail.com
[b)]ahmadzaki@unm.ac.id
[c)] nursyuaiba34@gmail.com

Abstrak. *Penelitian ini merupakan penelitian terapan mengenai penerapan metode Perturbasi Homotopi untuk mencari solusi numerik model matematika SIRI dalam penggunaan E-money sistem E-parking dengan metode Perturbasi Homotopi. Data yang digunakan adalah data yang diperoleh dengan membagikn angket kepada 236 responden secara acak di lokasi penelitian yaitu Mall Panakkukang, Mall Nipah dan Mall Ratu Indah. Pembahasan dimulai dari penentuan solusi umum dengan metode Perturbasi Homotopi, penentuan parameter, simulasi dan analisis hasil. Dalam penelitian ini diperoleh grafik pergerakan dari model SIRI dengan data riil. Kesimpulan yang diperoleh bahwa metode Perturbasi Homotopi dapat digunakan untuk melihat kecenderungan penggunaan E-money sistem E-parking dan dapat menjadi bahan pertimbangan berbagai pihak untuk memaksimalkan peran penggunaan E-money dalam berbagai aspek kehidupan khsusunya di bidang perparkiran E-parking.*
Kata Kunci: *Solusi Numerik, Model SIRI, Penggunaan E-money sistem E-parking, Metode Perturbasi Homotopi*

Abstract. *This research is an applied research about application of the Homotopy Perturbation method to solve numeric solution of SIRI model in the use of E-money in E-parking system. The data that used in this research is a data which obtained by share the questionnaires to 236 respondents randomly at the research location at Panakkukang Mall, Nipah Mall and Ratu Indah Mall . This research starts from setermining general solution with Homotopy Perturbation method, parameter decision, simulation and result analyzis. This research gets movement graphic and resukt analyzis from SIRI model by riil data. The conclutions gets that the Homotopy Perturbation method can be used to analyze the preference of using E-money in E-parking system also can be a consideration by various parties to maximize the role of the use of E-money in various aspects in life, especially in E-parking.*
Keywords: *Numeric Solution, SIRI Model, Using E-money in E-parking System, Homotopi Perturbation Method*

PENDAHULUAN

Model matematika merupakan sekumpulan persamaan atau pertidaksamaan yang mengungkapkan perilaku suatu permasalahan yang nyata (Side, Sanusi, & Setiawan, 2016). Model matematika dibuat berdasarkan asumsi-asumsi (Maesaroh, 2013). Banyak permasalahan yang timbul dari berbagai bidang ilmu, misalnya bidang kesehatan, kimia, biologi dan lain-lain yang dapat dibuat model matematikanya (Side, Alimuddin, & Alvioni 2018).

Pemodelan matematika dapat digunakan untuk mengatasi suatu masalah dengan cara membawa suatu permasalahan ke dalam sudut pandang matematika, yang di antaranya dalam bentuk suatu sistem persamaan diferensial untuk kemudian diselesaikan dengan cara yang matematis (Mufida, 2016). Sistem persamaan diferensial biasa dapat diselesaikan dengan dua metode yaitu metode analitik dan metode numerik (Mufida, 2016). Metode penyelesaian numerik tidak ada batasan mengenai bentuk persamaan diferensial dimana penyelesaian yang diperoleh berupa iterasi numerik dari fungsi untuk berbagai variabel (Hasanah, 2009). Hasil dari penyelesaian numeris disebut solusi numerik yang merupakan nilai perkiraan atau hampiran (Triatmodjo, 2002). Beberapa penelitian terdahulu yang meneliti tentang solusi numerik dari pemodelan matematika berbentuk persamaan diferensial biasa yaitu oleh Side dan Rangkuti (2015) berjudul "Solusi Numerik Pemodelan Matematika SIR dan SEIR untuk Penularan Demam Berdarah dengan metode Semi Analitik di Sulawesi Selatan".

Pada peneilitian ini dibahas mengenai penggunaan *E-money* yang banyak diperbincangkan oleh berbagai kalangan, *E-money* merupakan transformasi dari penggunaan uang secara tunai (Wulandari, 2019). maupun bagi pedagang (Abdulfattah & Kurniawan, 2018). Mengingat jumlah *banked* di Sulawesi Selatan yang banyak dan sadar akan layanan keuangan, sangat diharapkan bahwa dorongan penggunaan *E-money* menjadi lebih efektif. Setelah elektronifikasi toll yang dilakukan di Kota Makassar telah berhasil, selanjutnya dilakukan elektronifikasi di perparkiran (Wulandari, 2019). Dikutip dari penelitian yang dilakukan oleh Wulandari (2019) bahwa pada tanggal 11 Maret 2019 sebanyak 25 unit mesin Terminal Parkir Elektronik (TPE) di Kota Makassar resmi dioperasikan. TPE adalah mesin parkir dengan metode pembayaran non tunai. Mesin TPE tersebut disebar di tiga titik yaitu, 10 unit di Jalan Somba Opu, 11 unit di Jalan Penghibur dan 4 unit di Jalan Kartini. Tetapi sejak April 2020 lalu mesin tersebut sudah tidak dioperasikan lagi oleh PD Parkir Makasar Raya dan untuk sistem perparkiran di tiga titik tersebut kembali menggunakan sistem parkir manual. Selain tiga titik tersebut, ada beberapa tempat di Kota Makassar yang menggunakan sistem *E-parking* juga diantaranya yaitu pusat perbelanjaan seperti parkiran Mall Panakkukang, Mall Ratu Indah dan Mall Nipah yang dijadikan lokasi penelitian penulis.

Penelitian tentang penggunaan *E-money* dan *E-parking* telah dilakukan oleh Wulandari (2019) yaitu model SIRI (*Susceptible-Infected-Recovered-Infected*) dalam penggunaan *E-money* pada *E-parking* di Kota Makassar dengan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan terlebih dahulu, namun penelitian tersebut tidak meneliti lebih lanjut mengenai solusi numerik dari model SIRI yang telah diperoleh. Oleh karena itu, dalam artikel ini dibahas mengenai solusi numerik model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking* menggunakan metode Perturbasi Homotopi. Hasil yang diperoleh dari metode Perturbasi Homotopi dalam penyelesaian persamaan diferensial lebih efektif dan akurat (Mutmainah, 2010).

KAJIAN PUSTAKA

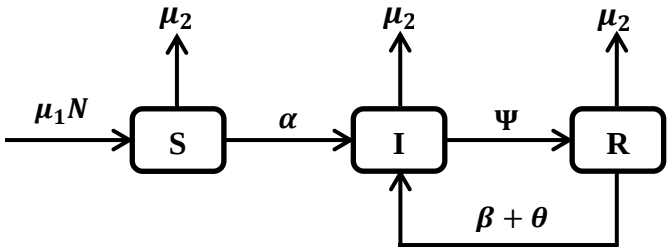
Penggunaan *E-money* Sistem *E-parking*

Menurut Peraturan Bank Indonesia Nomor: 11/12/PBI/2009 Tentang Uang Elekronik, uang elektronik adalah alat pembayaran yang diterbitkan atas dasar nilai uang yang disetor dahulu oleh pemegang kepada penerbit, yang tersimpan secara elektronik dalam suatu media seperti server atau chip, dan nilai uang tersebut bukan merupakan simpanan serta digunakan sebagai alat pembayaran kepada pedagang yang bukan merupakan penerbit uang elektronik tersebutPersamaan harus berada di tengah dan diikuti nomor urut persaman tersebut. Berikut cara menuliskan persaman. Berkaitan dengan penggunaan *E-money* untuk pembayaran parkir telah dilakukan di Kota Makassar dengan konsep parkir elektronik (*E-parking*) sejak tahun 2019.

Model SIRI Penggunaan *E-money* Sistem *E-parking*

Dalam penelitian Wulandari (2019) ada beberapa asumsi yang digunakan dalam model SIRI, yaitu:

1. Sampel yang digunakan adalah semua orang yang berusia 17 tahun yang dapat mengendarai kendaraan.
2. Pengguna yang berpotensi menggunakan parkir merupakan orang-orang yang dapat mengendarai kendaraan.
3. Pengguna yang dikategorikan S (*Susceptible*) merupakan pengguna yang berpotensi menggunakan parkir.
4. Pengguna yang dikategorikan I (*Infected*) merupakan orang yang telah menggunakan parkir namun masih menggunakan pembayaran secara tunai.
5. Pengguna yang dikategorikan R (*Recovered*) merupakan pengguna parkir yang telah melakukan pembayaran menggunakan *E-money*



GAMBAR 1. Diagram Transfer Model SIRI Penggunaan *E-money* pada *E-parking* Kota Makassar (Wulandari, 2019)

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking* disajikan dalam diagram transfer sebagaimana Gambar 1.

Dimana:

N : Jumlah total individu pada sampel

S : Pengguna yang berpotensi menggunakan parkir

I : Pengguna parkir yang melakukan pembayaran tunai

R : Pengguna parkir yang telah membayar menggunakan *E-money*

μ_1 : Laju pengguna yang dapat mengendarai kendaraan

μ_2 : Laju pengguna yang tidak memiliki kendaraan

α : Laju pengguna parkir yang tidak memiliki *E-money*

ψ : Laju pengguna parkir yang telah memiliki *E-money*

β : Laju pengguna parkir kehabisan saldo *E-money*

θ : Laju pengguna parkir yang kehilangan kartu *E-money*

Berdasarkan asums dan hubungan antara variabel dan parameter pada Gambar 1 dapat dijelaskan sebagaimana dalam persamaan (1), (2), dan (3)

$$\frac{dS}{dt} = \mu_1 N - (\mu_2 + \alpha)S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S + (\beta + \theta)R - (\mu_2 + \psi)I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \psi I - (\mu_2 + \beta + \theta)R \quad (3)$$

Metode Perturbasi Homotopi

Metode perturbasi homotopi dikenal pada tahun 1999 dan pertama kali dikemukakan oleh J. He. Metode pertubasi homotopi (MPH) adalah salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial nonlinier dan metode pertubasi homotopi ini mempunyai tujuan utama untuk mengecilkan atau menyelesaikan suatu masalah yang sulit ke suatu masalah yang mudah untuk diselesaikan (Nani, 2010). Menurut Mutmainah (2010), karakteristik dari metode ini yaitu untuk menyelesaikan suatu masalah yang sulit ke suatu masalah yang mudah diselesaikan. Hasil yang diperoleh dari metode perturbasi homotopi dalam penyelesaian persamaan diferensial adalah efektif dan akurat (Mutmainah, 2010).

Model yang dipertimbangkan sebagai sistem persamaan diferensial biasa orde pertama secara umum dapat ditulis seperti persamaan (4). (Side & Rangkuti, 2015)

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} + g_1(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_1(t), \\ \frac{du_2}{dt} + g_2(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_2(t), \\ &\vdots \\ \frac{du_m}{dt} + g_m(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_m(t) \end{aligned} \tag{4}$$

memenuhi kondisi awal seperti persamaan (5).

$$u_1(t_0) = c_1,\ u_2(t_0) = c_2, \dots, u_m(t_0) = c_m \tag{5}$$

Sistem persamaan (4) mengikuti bentuk operator seperti persamaan (6).

$$\begin{aligned} L(u_1) + N_1(t, u_1, u_2, \dots, u_m) - f_1(t) &= 0 \\ L(u_2) + N_2(t, u_1, u_2, \dots, u_m) - f_2(t) &= 0 \\ &\vdots \\ L(u_m) + N_m(t, u_1, u_2, \dots, u_m) - f_m(t) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Dengan $L = \frac{d}{dt}$ adalah operator linear dan $N_1, N_2, \dots, N_m$ adalah operator nonlinear.

Untuk menyelesaikan model SIR atau SIRI menggunakan MPH, pertama, sistem persamaan diferensial dapat dibentuk yang memenuhi hubungan seperti persamaan (7).

$$Du_i(t) = L_i(t, u_1, u_2, \dots, u_n) + N_i(t, u_1, u_2, \dots, u_n) + g_i(t) \tag{7}$$

Dimana metode tersebut dapat digunakan untuk mencari solusi numerik model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking*.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan yang membahas mengenai solusi numerik model SIRI Penggunaan *E-money* sistem *E-parking* dengan MPH. Data yang digunakan adalah data yang diperoleh dengan membagikan angket kepada 236 responden secara acak di lokasi penelitian yaitu Mall Panakkukang, Mall Nipah dan Mall Rratu Indah. Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini yaitu pertama menentukan nilai awal dan parameter pada model SIRI berdasarkan data yang diperoleh. Selanjutnya, penyelesaian menggunakan MPH untuk memperoleh solusi numerik penggunaan *E-money* sistem *E-parking*. Kemudian dilakukan simulasi program dengan menggunakan *software* Maple untuk melihat kecenderungan penggunaan *E-money* sistem *E-parking*.

HASIL PENELITIAN

Solusi Numerik Model SIRI Penggunaan *E-money* Sistem *E-parking* dengan Metode Perturbasi Homotopi

Model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking* pada persamaan (1), (2), dan (3) akan diidentifikasi lebih lanjut ke dalam bentuk persamaan differensial biasa sebagaimana pada persamaan (8), (9), dan (10)

$$\frac{dS}{dt} = \mu_1 N - (\mu_2 + \alpha)S \tag{8}$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S + (\beta + \theta)R - (\mu_2 + \psi)I \tag{9}$$

$$\frac{dR}{dt} = \psi I - (\mu_2 + \beta + \theta)R \tag{10}$$

Persamaan (8), (9), dan (10) diselesaikan dengan menggunakan MPH, dengan langkah-langkah sebagai berikut.

Model yang dihasilkan disederhanakan dengan memisalkan variabel sebagaimana persamaan (11).

$$x(t) = \frac{S}{N}, \quad y(t) = \frac{I}{N}, \quad z(t) = \frac{R}{N} \tag{11}$$

Sehingga model populasi manusia untuk penggunaan *E-money* pada *E-parking* dapat disederhanakan seperti persamaan (12) – (14).

$$\frac{dx}{dt} = \mu_1 - \mu_2 x(t) - \alpha x(t) \tag{12}$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha x(t) + \beta z(t) + \theta z(t) - \mu_2 y(t) - \psi y(t) \tag{13}$$

$$\frac{dz}{dt} = \psi y(t) - \mu_2 z(t) - \beta z(t) - \theta z(t) \tag{14}$$

Penentuan Nilai Awal Model SIRI

Nilai awal dan parameter yang digunakan dalam model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking* disajikan sebagaimana Tabel 1.

TABEL 1. Nilai Awal Model SIRI

Variabel dan Parameter	Nilai
N	236
$x(0)$	17
$y(0)$	112
$z(0)$	107
μ_1	0.97
μ_2	$\frac{2}{236}$
α	$\frac{127}{236}$
ψ	$\frac{109}{236}$
β	0
θ	0.01

Dengan syarat awal :

$$S(0) = x_0(t) = V_{1.0}(t) = V_1(t) = x_0 = c_1 \quad (15)$$

$$I(0) = y_0(t) = V_{2.0}(t) = V_2(t) = y_0 = c_2 \quad (16)$$

$$R(0) = y_0(t) = V_{3.0}(t) = V_3(t) = z_0 = c_3 \quad (17)$$

Maka penyelesaian dari MPH adalah

$$x(t) = \sum_{j=0}^{3} V_{1,j} = V_{1,0} + V_{1,1} + V_{1,2} + V_{1,3}$$

$$= 0{,}07203389830 + 0{,}9306255386\,t + 0{,}5086893834\,t^2 + 0{,}2780547901\,t^3 \quad (18)$$

$$y(t) = \sum_{j=0}^{3} V_{2,j} = V_{2,0} + V_{2,1} + V_{2,2} + V_{2,3}$$

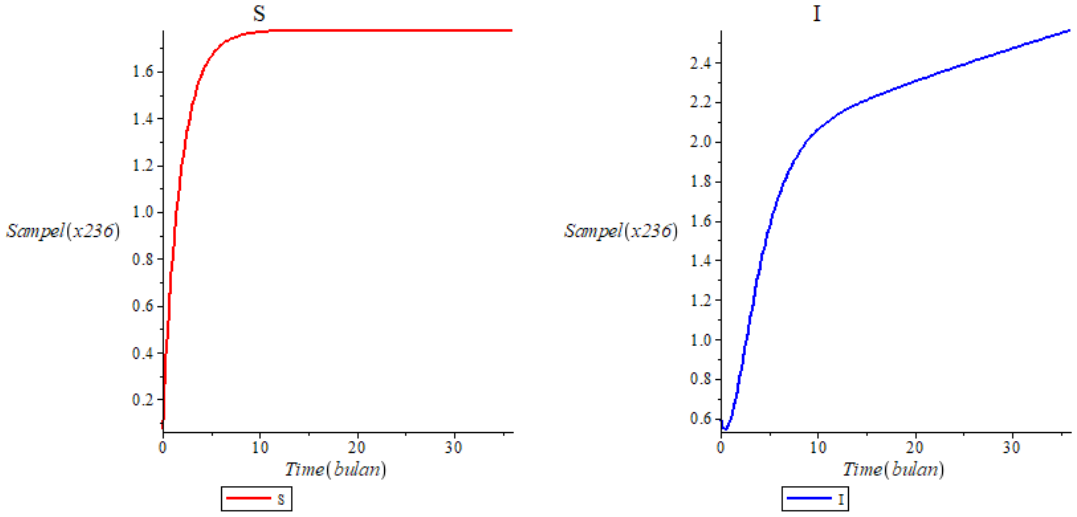
$$= 0{,}4745762712 - 0{,}1799138179\,t + 0{,}5833150715\,t^2 - 0{,}0002579503360\,t^3 \quad (19)$$

$$z(t) = \sum_{j=0}^{3} V_{3,j} = V_{3,0} + V_{3,1} + V_{3,2} + V_{3,3}$$

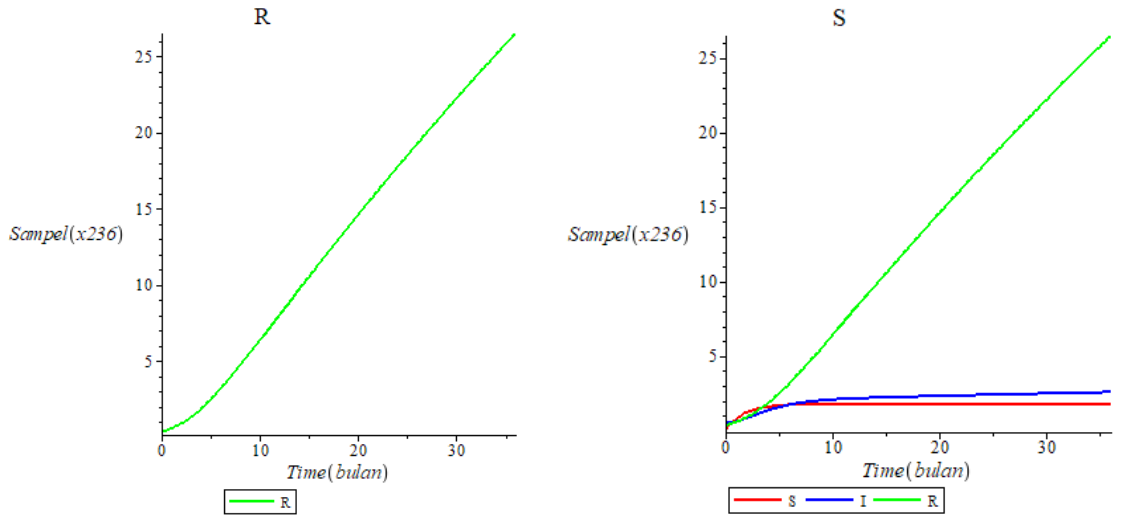
$$= 0{,}4533898305 + 0{,}2108137030\,t - 0{,}08699048262\,t^2 + 0{,}2710195818\,t^3 \quad (20)$$

Simulasi Program Model SIRI

Simulasi model SIRI dilakukan dengan membuat program menggunakan *software* Maple. Selanjutkan simulasi program dengan nilai awal model SIRI. Metode MPH untuk model SIRI penggunaan *E-money* sistem *E-parking* dihitung sampai dengan iterasi ke-10 atau lebih hingga menghasilkan penyelesaian yang diinginkan ataupun logik. Hasil dari iterasi tersebut ditampilkan pada Gambar 2.



(a) (b)



(c) (d)

GAMBAR 2. (a) Plot *Susceptible*, (b) Plot *IInfected*, (c) Plot *Recovered*, (d) Plot Solusi Numerik MPH

Gambar 2(a) memperlihatkan simulasi perkembangan jumlah populasi yang berpotensi menggunakan parkir (*Susceptible*) yang terdeteksi setiap bulannya. Gambar 2(a) menunjukkan bahwa jumlah pengguna yang berpotensi menggunakan parkir membutuhkan waktu sekitar 1 bulan untuk mencapai lebih dari 100% dari jumlah sampel serta memerlukan waktu sekitar 11 bulan untuk mencapai jumlah tertinggi yaitu sekitar 170% dari jumlah sampel. Besarnya laju pengguna parkir yang membayar menggunakan uang tunai (*Infected*) diperkirakan semakin meningkat karena asumsi pengguna parkir yang tidak memiliki *E-money* akan semakin meningkat akibat dari perpindahan status dari berpotensi menggunakan parkir menjadi pengguna parkir seiring berjalannya waktu

Gambar 2(b) memperlihatkan simulasi perkembangan jumlah pengguna parkir yang melakukan pembayaran tunai (*Infected*) yang terdeteksi setiap bulannya yakni terlihat bahwa jumlah pengguna yang berpotensi menggunakan parkir diperkirakan akan meningkat mulai bulan pertama setiap bulannya hingga bulan ke-36. Besarnya laju kelas *Infected* diperkirakan semakin meningkat karena asumsi pengguna parkir yang tidak memiliki *E-money* akan semakin meningkat akibat dari perpindahan status dari berpotensi menggunakan parkir menjadi pengguna parkir seiring berjalannya waktu dan mencapai jumlah tertinggi yaitu sekitar melebihi 250% dari jumlah sampel.

Gambar 2(c) memperlihatkan simulasi perkembangan jumlah pengguna parkir yang membayar menggunakan *E-money* (*Recovered*) yang terdeteksi setiap bulannya yaitu terlihat bahwa jumlah pengguna yang membayar menggunakan parkir diperkirakan akan meningkat setiap bulannya hingga bulan ke-36. Peningkatan tersebut disebabkan oleh tingginya tingkat laju pengguna parkir yang telah memiliki *E-money* dari kelas *Infected* menjadi *Recovered* dari pada laju pengguna parkir yang kehabisan saldo atau kehabisan saldo *E-money* dari kelas *Recovered* dan tidak berpengaruhnya laju pengguna parkir yang tidak memiliki *E-money* kelas *Susceptible* menjadi kelas *Infected* dan akan mencapai jumlah tertinggi yaitu sekitar melebihi 2500% dari jumlah sampel.

Gambar 2(d) memperlihatkan simulasi perkembangan jumlah populasi yang berpotensi menggunakan parkir (*Susceptible*), jumlah populasi yang melakukan pembayaran tunai (*Infected*), dan populasi yang membayar menggunakan *E-money* (*Recovered*) meningkat setiap bulan menunjukkan bahwa penggunaan *E-money* pada *E-parking* membutuhkan waktu sekitar 3 bulan untuk melampaui jumlah pengguna tunai.

KESIMPULAN

1. Solusi numerik model SIRI penggunaan *E-money* pada *E-parking* dengan menggunakan metode perturbasi homotopi, yaitu:

   $x(t) = 0{,}07203389830 + 0{,}9306255386\ t + 0{,}5086893834\ t^2 + 0{,}2780547901\ t^3$

   $y(t) = 0{,}4745762712 - 0{,}1799138179\ t + 0{,}5833150715\ t^2\ 0{,}0002579503360\ t^3$

   $z(t)\ = 0{,}4533898305 + 0{,}2108137030\ t - 0{,}08699048262\ \ t^2 + 0{,}2710195818\ \ t^3$

2. Hasil simulasi numerik model SIRI penggunaan *E-money* pada *E-parking* dengan metode Perturbasi Homotopi menunjukkan bahwa:
   a. dengan nilai awal jumlah *suspect*, *infected*, dan *recovered* pada bulan ke-1 mampu membuat gambaran jumlah *suspect*, *infected*, dan *recovered* pada bulan-bulan berikutnya pada Gambar 2.
   b. semakin besar interval waktu yang digunakan maka akan terlihat tiap kelas yang cenderung signifikan pada Gambar 2. Untuk kelas *Susceptible*, *infected*, dan *recovered* terjadi peningkatan dimana peningkatan tersebut diakibatkan oleh perpindahan status oleh individu.

DAFTAR PUSTAKA

Abdulfattah, M. R. W., & Kurniawan, R. R. (2018). Uang Elektronik dalam Perspektif Islam. *Jurnal Ekonomi dan Perbankan Syariah*, *6*(1), 90-106.

Hasanah, I. (2009). Solusi Analitik dan Solusi Numerik Persamaan Cauchy-Euler. *Skripsi*. Universitas Islam Negeri Malang.

Maesaroh, U. (2013). Model Matematika Untuk Kontrol Campak Menggunakan Vaksinasi. *Skripsi*. Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.

Mufida, R. (2016). Solusi Numerik Model Inosotol Trisphophate Receptor Tipe-2 Menggunakan Metode Heun. *Skripsi*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Mutmainah, S. (2010). Penyelesaian Persamaan Diferensial Aljabar Nonlinier dengan Menggunakan Metode Perturbasi Homotopi. *Skripsi*. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Nani, R. N. L. (2010). Penyelesaian Persamaan Pendulum Nonlinear dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian dan Metode Perturbasi Homotopi. *Skripsi*. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Pekan Baru.

Side, S., & Rangkuti, Y. M. (2015). *Pemodelan Matematika dan Solusi Numerik Untuk Penularan Demam Berdarah*. Medan: Perdana Publishing.

Side, S., Sanusi, W., & Setiawan, N. F. (2016). Analisis dan Simulasi Model SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar Analysis and Simulation Of SITR Model on Tuberculosis in Makassar City. *Jurnal Sainsmat*, *V*(2), 191–204.

Side, S., Alimuddin, & Bani, A. (2018). Modifikasi Model SIR pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Bone. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics.*, *1*(2), 169–182.

Triatmodjo, B. (2002). *Metode Numerik dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Wulandari , E. (2019). Pemodelan Penggunaan *E-money* pada *E-parking* Kota Makassar. *Skripsi*. Universitas Negeri Makassar.