

## Dual Reciprocity Boundary Element Method untuk Menyelesaikan Masalah Infiltrasi Stasioner pada Saluran Datar Periodik

Megasari <sup>1,a)</sup>

<sup>1</sup> Institut Agama Islam Negeri Palopo

<sup>a)</sup> megasari@iainpalopo.ac.id

**Abstrak.** Penelitian ini membahas tentang penyelesaian masalah infiltrasi stasioner dari saluran datar dengan Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM). Persamaan pembangun untuk masalah ini adalah persamaan Richard. Menggunakan transformasi Kirchhoff dan relasi eksponensial konduktivitas hidrolis, persamaan Richard ditransformasi ke dalam persamaan infiltrasi stasioner dalam Matric Flux Potential (MFP). Persamaan infiltrasi dalam MFP selanjutnya diubah ke dalam persamaan Helmholtz termodifikasi. Model matematika infiltrasi stasioner pada saluran datar berbentuk Masalah Syarat batas Helmholtz termodifikasi Solusi numerik diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Helmholtz termodifikasi menggunakan Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) dengan pengambilan jumlah titik kolokasi eksterior dan interior yang bervariasi. Lebih lanjut, solusi numerik dan solusi analitik dibandingkan..

**Kata Kunci:** Infiltrasi, saluran datar, persamaan helmholtz termodifikasi, DRBEM.

**Abstract.** This research discusses about the problem solving of steady infiltration problem from flat channel with Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM). The governing equation for this problem is Richard's equation. Using Kirchhoff transformation and exponential hydraulic conductivity relation, Richard's equation is transformed into steady infiltration equation in the form of MFP. Infiltration equation in the form of MFP is then transformed to modified Helmholtz equation. A mathematical model of steady infiltration from flat channel in the form of boundary condition problem of modified Helmholtz EQUATION. Numerical solution is obtained by solving modified Helmholtz equation by using Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) with various number of exterior and interior collocation points. Moreover, numerical and analytic solution are then compared.

**Keywords:** infiltration, flat channel, modified Helmholtz equation, DRBEM

### LATAR BELAKANG

Infiltrasi merupakan proses masuknya air dari permukaan tanah ke dalam tanah. Proses ini merupakan bagian yang sangat penting dalam daur hidrologi. Pemahaman mengenai infiltrasi dan laju infiltrasi yang terjadi serta faktor-faktor yang mempengaruhinya sangat diperlukan sebagai acuan untuk pelaksanaan manajemen air dan tata guna lahan yang lebih efektif (Asdak, 2007).

Penelitian terkait masalah infiltrasi telah banyak dilakukan. Berbagai model matematika untuk mengkaji tentang pergerakan air di dalam tanah juga dikembangkan. Beberapa kajian teoritis untuk masalah infiltrasi didasarkan pada Hukum Darcy, yang menggambarkan tentang aliran air pada tanah jenuh. Hukum Darcy kemudian diperluas oleh Richard untuk aliran air pada tanah tak jenuh

dan menghasilkan sebuah persamaan berupa persamaan diferensial parsial (PDP) non linear yang dikenal sebagai Persamaan Richard. Persamaan tersebut merupakan persamaan aliran pada tanah tak jenuh (Hillel, 2004).

Sebagian besar penelitian ini ditujukan untuk mencari solusi analitik dari masalah infiltrasi. Salah satunya adalah yang dilakukan oleh Batu yang meneliti tentang masalah infiltrasi dari saluran datar (Batu,1978). Pada penelitian tersebut analisis didasarkan pada linearisasi persamaan aliran ke dalam bentuk Matric Flux Potential (MFP) yang dikemukakan oleh Gardner (1958). Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi metode numerik mulai dikembangkan, khususnya yang berkaitan dengan komputerisasi.

Salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah infiltrasi adalah Boundary Element Method (BEM) sebagaimana yang dilakukan oleh Azis, Clement & Lobo (2003) dalam penelitian mengenai infiltrasi stasioner dari saluran periodik. BEM adalah suatu metode numerik yang melibatkan diskritisasi batas- batas domain menjadi segmen-segmen yang disebut elemen batas yang saling berhubungan antara satu ujung dengan ujung yang lain untuk mendekati persamaan integral batas (Pozrikidis, 2002). Penyelesaian PDP dengan BEM dituliskan dalam bentuk persamaan integral batas yang memuat solusi fundamental dari PDP tersebut, sehingga diperlukan solusi fundamental dari PDP tersebut (Katsikadelis,2002).

Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) merupakan metode numerik yang dikembangkan dari Boundary Element Method (BEM). Sebagai pengembangan dari BEM, selain melibatkan diskritisasi batas domain ke dalam elemen batas, DRBEM juga melibatkan pengambilan beberapa titik kolokasi pada domain. Dalam konstruksi DRBEM, persamaan integral yang diturunkan terdiri atas persamaan integral batas dan persamaan integral domain. Integral domain kemudian dikonversi ke dalam integral batas. Pada DRBEM, relasi resiprok digunakan dua kali untuk memperoleh persamaan integral batas (Ang, 2007). DRBEM dipandang lebih fleksibel dibandingkan BEM karena untuk menyelesaikan persamaan Helmholtz hanya diperlukan solusi fundamental Persamaan Laplace (Solekhudin, 2013).

## LANDASAN TEORI

### Persamaan Richard

Persamaan Richards merupakan Persamaan diferensial parsial nonlinear yang sering digunakan pada masalah infltrasi stasioner yang merepresentasikan perpindahan air dalam tanah tak jenuh dalam dua dimensi. Secara matematis ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (1)$$

dengan  $K(\theta)$  adalah konduktifitas hidrolik yang berdimensi L/T dan  $\psi$  adalah *suction potential* yang berdimensi L. (Hillel, 2004)

### PERSAMAAN HELMHOLTZ TERMODIFIKASI

Persamaan (1) merupakan persamaan yang sulit untuk diselesaikan. Untuk itu dibutuhkan suatu transformasi untuk mengubah Persamaan (1) ke dalam bentuk persamaan yang lebih mudah untuk diselesaikan. Adapun tahapan-tahapannya sebagai berikut:

1. Transformasi Kirchof

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\psi} K(s) ds \quad (2)$$

Dengan  $\Theta$  adalah matric flux potential (MFP) dan K adalah konduktifitas Hidrolik pada tanah tak jenuh (Batu, 1978)

2. Model eksponensial dari konduktivitas hidrolis yang didefinisikan sebagai berikut

$$K = K_0 e^{\alpha \psi}, \alpha > 0 \quad (3)$$

Dengan  $\alpha$  adalah suatu parameter empiris (Gardner, 1958).

3. Mendefinisikan variabel-variabel tak berdimensi (Solekhuddin, 2013) sebagai berikut

$$x = \frac{\alpha}{2} X; z = \frac{\alpha}{2} Z; \Phi = \frac{\pi \theta}{v_0 L}; f = \frac{2\pi}{v_0 \alpha L} F; u = \frac{2\pi}{v_0 \alpha L} U; v = \frac{2\pi}{v_0 \alpha L} V; \quad (4)$$

4. Menggunakan Transformasi

$$\Phi = \phi e^z \quad (5)$$

(Lobo, 2008)

Dari empat tahapan di atas, Persamaan Richard (1) dapat diubah menjadi

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \phi \quad (6)$$

Persamaan (6) merupakan persamaan Helmholtz termodifikasi untuk masalah infiltrasi stasioner ke dalam tanah yang dapat diselesaikan secara numerik.

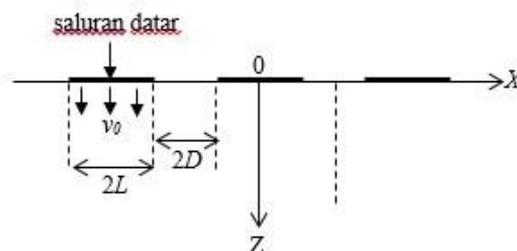
## METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian studi literatur dengan menggunakan program komputer MATLAB. Pada penelitian ini DRBEM digunakan untuk mencari solusi pendekatan masalah infiltrasi stasioner dengan mentransformasikan persamaan infiltrasi ke dalam bentuk persamaan Helmholtz termodifikasi. Solusi numerik diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Helmholtz termodifikasi menggunakan Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) dengan jumlah titik kolokasi yang bervariasi. Lebih lanjut, solusi numerik dan solusi analitik dibandingkan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

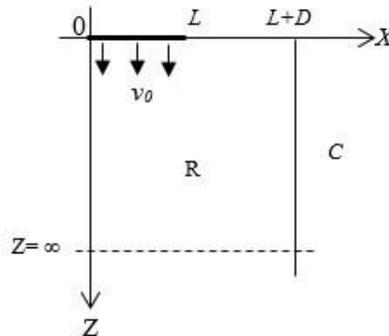
### Formulasi Masalah

Saluran irigasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah saluran irigasi yang tidak memiliki kedalaman atau disebut saluran datar periodik (*periodic flat channel*). Diasumsikan terdapat tak berhingga banyaknya saluran dengan lebar dan jarak antar saluran yang sama. Jarak antara titik tengah dua saluran yang saling berdekatan adalah  $2(L + D)$ . Lebar saluran adalah  $2L$ , sehingga jarak antara dua saluran yang saling berdekatan adalah  $2D$ . Diasumsikan saluran sangat panjang dan setiap saluran selalu dipenuhi air. Diasumsikan pula laju infiltrasi pada permukaan saluran adalah konstan, tidak ada infiltrasi pada permukaan tanah, dan pengaruh dari saluran lain diabaikan. Flux yang melalui permukaan saluran adalah  $v$  dan fluks yang melalui permukaan tanah adalah 0. Bentuk geometri dari saluran datar yang dijelaskan di atas dapat dilihat pada Gambar 1.



GAMBAR 1. Bentuk geometri saluran datar periodic

Berdasarkan sifat simetris, didefinisikan domain masalah infiltrasi saluran periodik berupa daerah daerah semi-infinite yaitu  $0 = X = L + D$  dan  $Z = 0$ . Daerah tersebut dinotasikan dengan R dengan batas C. Tidak ada fluks yang masuk melalui  $X=L + D$  dan  $X = 0$ . Domain R yang dibatasi oleh C ditunjukkan pada gambar 2.



**GAMBAR 2.** Domain masalah infiltrasi saluran datar periodik

**Syarat Batas**

Berdasarkan asumsi-asumsi yang dijelaskan pada formulasi masalah di atas dapat dibentuk model matematika untuk masalah infiltrasi ke dalam saluran datar, Domain masalah infiltrasi pada saluran datar adalah daerah semi-infinite yakni dengan domain yang dibatasi oleh kurva tertutup sederhana. Sehingga dipilih suatu bilangan real positif c sehingga  $z = c$ .

Misalkan C adalah kurva tertutup sederhana yang membatasi daerah domain R dengan  $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5$ , maka syarat batas untuk masalah ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{2\pi}{\alpha L} - \phi \text{ pada } C_1: 0 \leq x \leq \frac{\alpha}{2}L \text{ dan } z = 0 \tag{7}$$

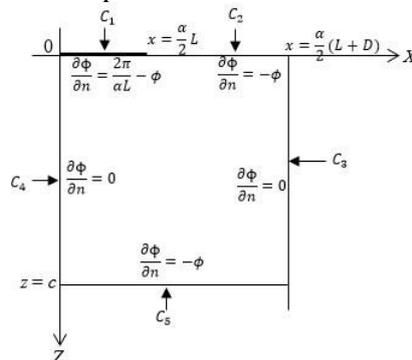
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi \text{ pada } C_2: \frac{\alpha}{2}L \leq x \leq \frac{\alpha}{2}(L+D) \text{ dan } z = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ pada } C_3: x = \frac{\alpha}{2}(L + D) \text{ dan } 0 \leq z \leq c \tag{9}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ pada } C_4: x = 0 \text{ dan } 0 \leq z \leq c \tag{10}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi \text{ pada } C_5: 0 \leq x \leq \frac{\alpha}{2}(L + D) \text{ dan } z = c \tag{11}$$

Syarat batas (7) - (11) diilustrasikan pada **GAMBAR 3**.



**GAMBAR 3.** Syarat batas dalam variabel tak berdimensi

**Penyelesaian Masalah Infiltrasi Stasioner pada Saluran Datar dengan DRBEM**

Model matematika infiltrasi stasioner pada saluran datar berbentuk masalah syarat batas persamaan Helmholtz termodifikasi (6) dengan syarat batas (7) – (11).

Pada penelitian ini MSB tersebut diselesaikan secara numerik menggunakan DRBEM. Untuk menyelesaikan model tersebut pertama-tama harus diturunkan Persamaan Integral batas :

$$\begin{aligned} \lambda(\xi, \eta)\phi(\xi, \eta) = & \int_{C_1 \cup C_2 \cup C_5} \phi(x, z) \left( \frac{\partial \phi(x, z, \xi, \eta)}{\partial n} + \Phi(x, z, \xi, \eta) \right) ds(x, z) + \\ & \int_{C_3 C_4} \phi(x, z) \frac{\partial \phi(x, z, \xi, \eta)}{\partial n} ds(x, z) - \int_{C_1} \frac{2\pi}{aL} \Phi(x, z, \xi, \eta) ds(x, z) + \\ & \iint_R \Phi(x, z, \xi, \eta) \phi(x, z) ds(x, z) \end{aligned} \quad (12)$$

Dengan

$$\lambda(\xi, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{jika } (\xi, \eta) \text{ pada bagian smoth } C \\ 1, & \text{jika } (\xi, \eta) \in R \end{cases}$$

Persamaan integral batas (12) akan selesaikan secara numerik, dengan diskritisasi batas domain ke dalam elemen konstan dan dipilih sejumlah titik interior. Misalkan N dan L berturut-turut adalah jumlah titik kolokasi segmen garis pada C dan jumlah titik interior yang dipilih. Misalkan  $C^{(1)}, C^{(2)}, \dots, C^{(N)}$  adalah elemen konstan, maka titik  $(a^{(i)}, b^{(i)})$  adalah titik tengah (kolokasi) pada  $C^{(i)}$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, N$  dan  $(a^{(N+1)}, b^{(N+1)}), \dots, (a^{(N+L)}, b^{(N+L)})$ , adalah titik kolokasi interior yang dipilih. N + L titik tersebut adalah titik kolokasi yang akan digunakan untuk mendapatkan solusi numerik  $\phi$  pada sebarang titik  $(a, b) \in R \cup C$ .

Persamaan integral batas (12) selanjutnya diubah ke sistem Persamaan linear

$$\lambda(a^{(n)}, b^{(n)})\phi^{(n)} = \sum_{k=1}^N \phi^{(k)} \left[ (a^{(n)}, b^{(n)}) + v^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \right] - \sum_{k=1}^N fl^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) + \sum_{j=1}^{N+L} \mu(a^{(n)}, b^{(n)}; a^{(j)}, b^{(j)}) \phi^{(k)}, \quad (13)$$

Untuk  $n = 1, 2, \dots, N + L$

dengan

$$v^{(k)} = \begin{cases} 0, & C^{(k)} \in C_3 \cup C_4 \\ 1, & C^{(k)} \in C_3 \cup C_4 \end{cases}$$

$\phi^{(n)}$  adalah nilai  $\phi$  pada titik  $(a^{(n)}, b^{(n)})$  dan  $fl^{(k)}$  adalah fluks yang melalui elemen batas  $C^{(k)}$ .

Dalam penelitian ini, nilai L dan D pada Gambar (2) dipilih 50 cm. Nilai batas terdalam dipilih  $c = 4$  (Solekhudin, 2013). Banyaknya titik kolokasi interior dan ekterior yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2 (Megasari, 2017). Lebih lanjut, DRBEM akan diimplemetasikan dalam program MATLAB. Untuk mengetahui pengaruh pengambilan titik kolokasi terhadap keakuratan solusi dievaluasi nilai  $\phi$  di beberapa titik. Nilai  $\phi$  yang diperoleh dengan DRBEM dibandingkan dengan solusi analitik ( Batu, 1978), yaitu

$$\Phi = \frac{\pi}{2(x_0 + x_1)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{n} \sin\left(\frac{n\pi x_0}{x_0 + x_1}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_1}{x_0 + x_1}\right),$$

dengan

$$I_n = \frac{e^{-\left(z^2 + \left(\frac{n\pi z}{x_0 + x_1}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}}{x_0 \left(1 + \left(1 + \left(\frac{n\pi}{x_0 + x_1}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)}$$

Nilai  $\phi$  dari solusi analitik dan DRBEM akan dibuat grafik-grafik yang menunjukkan hubungan antara jumlah titik kolokasi yang diambil dengan besarnya error yang diperoleh. Grafik error di beberapa titik berdasarkan jumlah titik kolokasi dapat dilihat pada Gambar 3, 4, 5, dan 6.

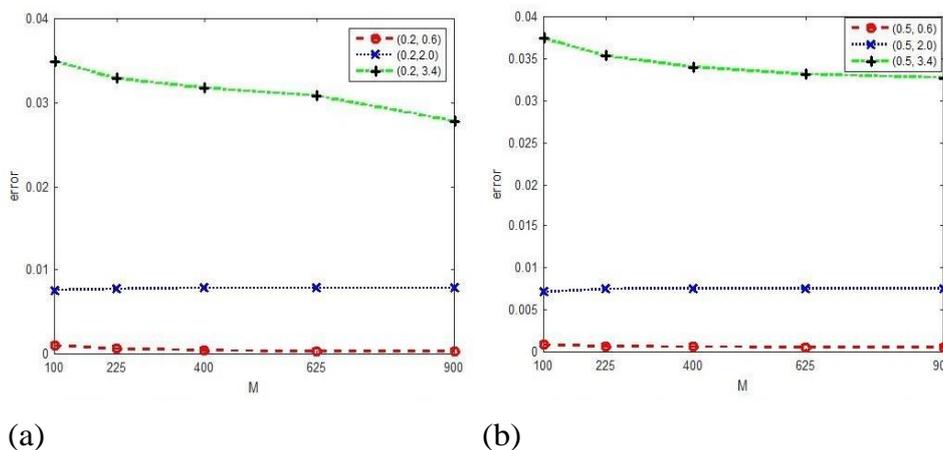
**TABEL 1.** Pengambilan titik kolokasi pada segmen garis (N) yang tetap dengan titik kolokasi interior (M) yang berbeda-beda

Set A		Set B	
N	M	N	M
200	100	700	100
200	225	700	225
200	400	700	400
200	625	700	625
200	900	700	900

**TABEL 2.** Pengambilan titik kolokasi pada segmen garis (N) yang berbeda-beda dengan titik kolokasi interior (M) yang tetap

Set A		Set B	
N	M	N	M
200	400	200	625
300	400	300	625
400	400	400	625
500	400	500	625
600	400	600	625
700	400	700	625

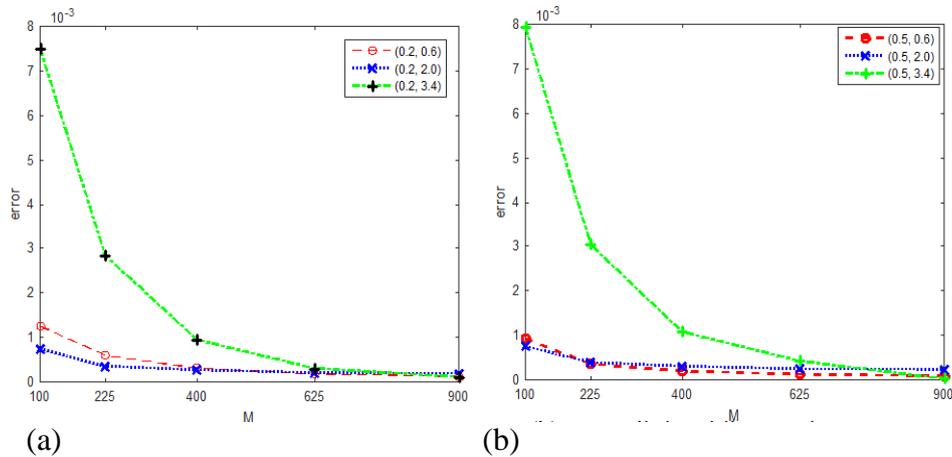
Pada Gambar 4(a) dan 4(b), dapat dilihat bahwa untuk nilai  $z$  yang sama, error di dua titik yang berbeda dengan  $M$  yang sama memiliki nilai yang relatif sama. Misalnya, pada  $z = 0.6$ , untuk  $M = 100$  error di titik  $(0.2, 0.6)$  dan  $(0.5, 0.6)$  adalah sekitar 0.001. Begitu pula pada  $z = 2.0$ , untuk  $M = 400$  besarnya error dari dua titik yang berbeda adalah 0.008. Hal ini menunjukkan, tidak terdapat perbedaan error yang signifikan dari titik-titik yang berada pada bidang horisontal. Akan tetapi, untuk  $x$  dan  $M$  yang sama terdapat perbedaan error di tiga titik yang berbeda. Misalnya, untuk  $M=100$ , besarnya error di titik  $(0.2, 0.6)$ ,  $(0.2, 2.0)$ , dan  $(0.2, 3.4)$  masing-masing adalah 0.001, 0.007 dan 0.035. Sedangkan untuk  $M = 625$  besarnya error di titik  $(0.2, 0.6)$ ,  $(0.2, 2.0)$ , dan  $(0.2, 3.4)$  masing-masing adalah 0.001, 0.007 dan 0.03. Hal ini menunjukkan error semakin besar seiring dengan penambahan kedalaman ( $z$ ).



**GAMBAR 4.** (a) Error di beberapa titik untuk  $N = 200$  sepanjang  $x = 0,2$ . (b) Error di beberapa titik untuk  $N = 200$  sepanjang  $x = 0,5$

Dapat dilihat pula, pada  $z = 0.6$  dan  $z = 2.0$ , tidak terdapat perubahan error yang signifikan dengan adanya penambahan  $M$ . Sedangkan pada  $z = 3.4$ , terdapat perbedaan error yang signifikan untuk  $M$  yang berbeda. Pada  $M = 100$ , diperoleh error di titik  $(0.2, 3.4)$  dan  $(0.5, 3.4)$  masing-masing adalah 0.035 dan 0.037. Ketika  $M$  dinaikkan menjadi 400, error di kedua titik tersebut turun menjadi 0.031 dan 0.034. Hal ini menunjukkan penambahan jumlah  $M$

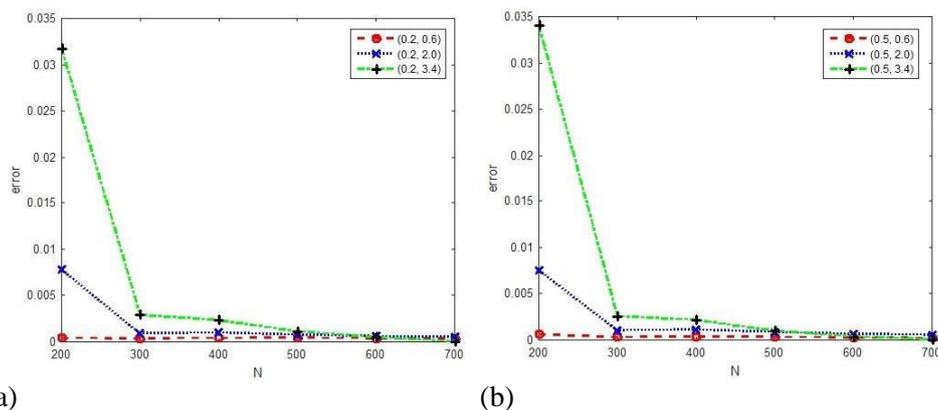
mengakibatkan terjadinya penurunan error. Dengan kata lain, semakin besar  $M$  maka semakin akurat solusi numerik yang diperoleh dengan DRBEM.



**GAMBAR 5.** (a) Error di beberapa titik untuk  $N = 700$  sepanjang  $x = 0,2$ . (b) Error di beberapa titik untuk  $N = 700$  sepanjang  $x = 0,5$

Selanjutnya diperhatikan Gambar 5(a) dan 5 (b) sebagaimana pada kasus sebelumnya ketika dipilih nilai  $N$  yang tetap yaitu  $N = 700$ , pada  $z$  yang sama, error di kedua titik yang berbeda untuk  $M$  yang sama memiliki besar yang relatif sama. Misalnya, pada  $z = 0.6$ , untuk  $M = 100$  error di titik  $(0.2,0.6)$  dan  $(0.5, 0.6)$  adalah 0.001. Begitu pula pada  $z = 2.0$ , untuk  $M = 625$  besarnya error dari dua titik yang berbeda adalah 0.0002 . Hal ini menunjukkan, tidak terdapat perbedaan error yang signifikan dari titik-titik yang berada pada bidang horisontal.

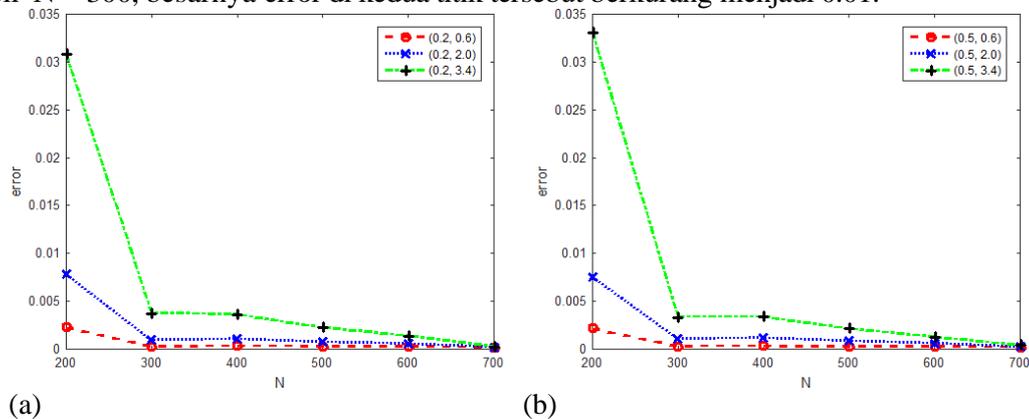
Diperhatikan untuk  $x$  dan  $M$  yang sama terdapat perbedaan error di tiga titik dengan kedalaman yang berbeda. Semakin besar  $z$ , semakin besar errornya. Meskipun demikian, perbedaan error tersebut terus mengalami penurunan seiring dengan penambahan  $M$  . Ketika  $M \geq 625$  perbedaan error di ketiga titik tersebut menjadi sangat kecil. Hal ini menunjukkan bahwa untuk  $N$  yang lebih besar, besarnya error tidak begitu dipengaruhi oleh kedalaman tetapi lebih dipengaruhi oleh banyaknya  $M$ . Dapat dilihat pula pada  $z = 3.4$ , terjadi penurunan error yang cukup tajam seiring dengan penambahan  $M$  dibandingkan dengan kasus sebelumnya ( $N = 200$ ). Hal ini menunjukkan untuk  $N$  yang lebih besar, penambahan  $M$  memberikan pengaruh yang lebih besar terhadap penurunan error dibandingkan untuk  $N$  yang lebih kecil.



**GAMBAR 6.** (a) Error di beberapa titik untuk  $M = 4200$  sepanjang  $x = 0,2$ . (b) Error di beberapa titik untuk  $M = 400$  sepanjang  $x = 0,5$ .

Gambar 6 dan 7 menunjukkan error yang diperoleh di beberapa titik untuk nilai  $M$  yang tetap dan  $N$  yang berbeda-beda. Dengan membandingkan Gambar 6(a) dengan Gambar 6(b), dan Gambar 7(a) dengan Gambar 7(b), diperoleh untuk  $N$  yang sama, besarnya error dari dua titik

yang berbeda pada kedalaman ( $z$ ) yang sama, relatif sama. Dapat pula dilihat, terdapat perbedaan error di antara titik-titik dengan  $z$  yang berbeda. Besarnya error meningkat seiring dengan bertambahnya  $z$ . Meskipun demikian penambahan jumlah  $N$  memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penurunan error. Diperhatikan Gambar 6(a), dan 6(b) pada  $z = 3.4$ , besarnya error di titik  $(0.2, 3.4)$  dan  $(0.5, 3.4)$  untuk  $N = 200$  masing-masing adalah 0.035 dan 0.037. Ketika diambil  $N = 300$ , besarnya error di kedua titik tersebut berkurang menjadi 0.01.



**GAMBAR 7.** (a) Error di beberapa titik untuk  $M = 625$  sepanjang  $x = 0,2$ . (b) Error di beberapa titik untuk  $M = 625$  sepanjang  $x = 0,5$ .

Gambar 7(a) dan 7(b) menunjukkan error di beberapa titik untuk  $M = 625$ . Dari kedua gambar tersebut dapat dilihat bahwa penambahan  $N$  memberikan pengaruh yang cukup besar terhadap penurunan error. Semakin besar  $N$  yang diambil, maka semakin kecil error yang diperoleh. Penurunan error pada  $z$  yang lebih besar cenderung lebih tajam dibandingkan pada  $z$  yang lebih kecil. Hal ini berarti bahwa pengambilan  $N$  yang lebih besar memberikan solusi yang lebih akurat dibanding  $N$  yang lebih kecil, khususnya ketika  $z$  mendekati 4.

Berdasarkan pemaparan hasil di atas, diperoleh bahwa penambahan  $N$  dan  $M$  berpengaruh terhadap keakuratan solusi, semakin besar  $M$  dan  $N$ , maka semakin kecil error yang diperoleh. Akan tetapi, penambahan  $N$  memberikan pengaruh yang lebih besar terhadap keakuratan solusi dibandingkan dengan penambahan  $M$ .

## KESIMPULAN

Pada penelitian ini DRBEM digunakan untuk mencari solusi numerik masalah infiltrasi stasioner dari saluran datar periodik. Solusi numerik yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan solusi analitik.

Perbandingan solusi numerik dan analitik memberikan hasil yang cukup akurat. Keakuratan solusi DRBEM dipengaruhi oleh pengambilan jumlah titik kolokasi. Semakin banyak titik kolokasi yang diambil, semakin akurat hasil yang diperoleh. Meskipun demikian, penambahan jumlah titik kolokasi pada batas ( $N$ ) memberikan pengaruh yang lebih besar dibandingkan penambahan jumlah titik kolokasi interior ( $M$ ).

## DAFTAR PUSTAKA

- Ang, W. T. (2007). *A Beginner Course in Boundary Element Methods*. Florida: Universal Publisher.
- Asdak, C. (2007). *Hidrologi dan Pengelolaan Daerah Aliran Sungai*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Batu, V. (1978). Steady Infiltration from Single and Periodic Strip Source. *Soil Science Society of American Journal*, 42, 554-549. Gardner, W. R. (1958). Some Steady

- State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with Application to Evaporation from a Water Table. *Soil Science*, 85, 228-232.
- Hillel, D. (2004). *Introduction to Environmental Soil Physics*. San Diego: Universal Elsevier Science.
- Katsikadelis, J. T. (2002). *Boundary Element: Theory and Applications*. Oxford: Elsevier Science.
- Lobo, M. (2008). *Boundary Element Methods for the Solution of A Class of Infiltration Problems*. Doctor Dissertation, Adelaide University, Faculty of Engineering, Computer and Mathematical Science, Adelaide.
- Azis, M.I., Clement, D.L, Lobo, M. (2003). A Boundary element Method for Steady infiltration from periodic Channel. *ANZIAM Journal*, 44, 61-78.
- Megasari. (2017). *Dual Reciprocity Boundary Element Method untuk Menyelesaikan Masalah Infiltrasi dari Saluran Datar dan Perbandingannya dengan Solusi Analitik*. Master Tesis, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Pozrikidis, C. (2002). *A Practical Guide to Boundary Element Methods with The Software Library BEMLIB*. Florida: Chapman and Hall/CRR.
- Solekhudin, I. (2013). A Dual reciprocity Boundary Element Method for Steady Infiltration Problems. *The ANZIAM Journal*, 171-180.
- Solekhudin, I. (2013). *Dual Reciprocity Boundary Element Methods for Water Infiltration Problems in Irrigation*. Doctor Dissertation, Nanyang Technological University, National Institute of Education.