Pemodelan Matematika SEIRS Pada Penyebaran Penyakit Malaria di Kabupaten Mimika

Hisyam Ihsan^{1,a)}, Syafruddin Side^{1,b)}, dan Musdalifa Pagga^{1, c)}

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar

^{a)}hisyamihsan@unm.ac.id

^{b)}syafreddinside@yahoo.com

^{c)}musdalifapagga1@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model penyebaran pada penyakit malaria tipe SEIRS (Susceptible-Exposed- Infected- Recovered- Susceptible) dengan menambahkan parameter penanganan(pengobatan) pada kelas Exposed dan asumsi bahwa manusia yang pulih dapat rentan kembali terkena penyakit malaria. Model ini dibagi menjadi empat kelas yaitu, rentan, terinfeksi tapi belum aktif, terinfeksi, dan sembuh. Data yang digunakan adalah data jumlah penderita penyakit malaria dari Dinas Kesehatan Kabupaten Mimika tahun 2018. Model matematika tipe SEIRS digunakan untuk menentukan titik equilibrium. Berdasarkan hasil simulasi dari model SEIRS diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) sebesar 0,09 yang menandakan bahwa penyebaran penyakit malaria tidak menyebabkan orang lain terkena penyakit malaria.

Kata Kunci: Titik Equilibrium, Bilangan Reproduksi Dasar, Malaria, Model SEIRS

Abstract. This research aims to build a model of the spread of malaria diseases type SEIRS (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered-Susceptible) by adding treatment parameters (treatment) in the Exposed class and the assumption that humans who recover can be vulnerable to malaria again. This model is divided into four classes namely, vulnerable, infected but not yet active, infected, and cured. The data used are data on the number of malaria sufferers from the Mimika District Health Office in 2018. The mathematical model of the type SEIRS is used to determine the equilibrium point. Based on the simulation results of the SEIRS model, the basic reproduction number (R_0) of 0.09 indicates that the spread of malaria does not cause others to contract malaria.

Keywords: Equilibrium Point, Basic Reproductive Numbers, Malaria, SEIRS Model

PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematis (Side & Rangkuti, 2015). Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata (Syam, Side, Said, 2020). Model matematika adalah hubungan antara komponen-komponen dalam suatu masalah yang dirumuskan dalam suatu persamaan matematik yang memuat komponen-komponen itu sebagai variabelnya (Side & Rangkuti, 2015).

Menurut Roni (2011) Model matematika untuk menganalisis penyebaran penyakit diantaranya ada model epidemi SIR (Susceptible-Infected-Recovered), SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-

Recovered), dan lainnya (Side, Zaki, & Sari, 2018). Model matematika SEIR dibentuk berdasarkan asumsi-asumsi kemudian akan dianalisa, agar model yang dibuat representatif terhadap permasalahan yang dibahas banyak permasalahan yang timbul dari berbagai bidang ilmu, misalnya bidang kesehatan, kimia, biologi dan lain-lain yang dapat dibuat model matematikanya (Ulfa, 2013). Salah satunya adalah model matematika pada penyebaran penyakit menular.

Malaria adalah suatu penyakit akut maupun kronik disebabkan oleh protozoa genus *Plasmodium* dengan manifestasi berupa demam, anemia dan pembesaran limpa. Sedangkan menurut ahli lain malaria merupakan suatu penyakit infeksi akut maupun kronik yang disebabkan oleh infeksi *Plasmodium* yang menyerang eritrosit dan ditandai dengan ditemukannya bentuk aseksual dalam darah, dengan gejala demam, menggigil, anemia, dan pembesaran limpa (Fitriany & Sabiq, 2018).

Kabupaten Mimika masuk kategori daerah endemi malaria tertinggi di Indonesia khususnya di Papua. Rata-rata insiden mendekati 200 kasus setiap seribu penduduk pertahunnya. Pada tahun 2017 penduduk Mimika tertular malaria 92.342 kasus. Dengan jumlah ini menempatkan Mimika sebagai kabupaten penopang tertinggi malaria sebesar 29,12 persen dari total seluruh kasus malaria di Indonesia (Ilahi, 2019).

Beberapa peneliti telah mengkaji model SEIR pada penularan penyakit oleh Side (2015) “Model SEIR pada Penularan Hepatitis B”, Ansar (2018) “Pemodelan Matematika SIRS dengan pengaruh vaksinasi pada penyebaran penyakit malaria”, dan Ermilatni (2016) “Pemodelan Matematika SEIR pada penyebaran penyakit campak dengan vaksinasi” dan belum ada peneliti yang membuat dan menerapkan model matematika SEIRS pada penyebaran penyakit malaria. Maka dari itu, penulis tertarik untuk mengkaji masalah penyebaran penyakit malaria menggunakan model matematika SEIRS. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah membuat model matematika SEIRS untuk kasus penyebaran penyakit malaria di Kabupaen Mimika, mengetahui analisis model.

KAJIAN PUSTAKA

Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu bentuk persamaan yang memuat turunan satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas (Lestari, 2013). Berdasarkan banyaknya variabel bebas, persamaan diferensial diklasifikasikan menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial (Side, Wahyuni, dan Arifuddin R, 2019).

Persamaan diferensial biasa adalah suatu bentuk persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas (Lestari, 2013). Contoh persamaan diferensial biasa disajikan pada persamaan (1).

$$x \frac{dy}{dx} + 5y = 6 \quad (1)$$

Titik Ekuilibrium dan Kestabilannya

Titik ekuilibrium merupakan titik tetap yang tidak berubah terhadap waktu. Misalkan diberikan suatu sistem persamaan diferensial yang berbentuk

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

Sebuah titik (x_0, y_0) dapat dikatakan sebagai titik ekuilibrium/ titik kesetimbangan dari sistem (2) apabila memenuhi syarat $f(x_0, y_0) = 0$ dan $g(x_0, y_0) = 0$. Titik ekuilibrium (x_0, y_0) merupakan solusi dari sistem (2) yang bernilai konstan, karena $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$ pada titik

(x_0, y_0) . Keadaan yang menyebabkan $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$ disebut sebagai keadaan setimbang dan titik yang memenuhinya disebut titik kesetimbangan (Edwards & Penney, 2001).

Analisis kestabilan titik ekuilibrium dilakukan melalui matriks Jacobi. Penentuan kestabilan titik ekuilibrium diperoleh dengan melihat nilai-nilai eigennya, yaitu λ_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ yang diperoleh dari $\det(\lambda I - A) = 0$ dimana I adalah matriks identitas.

Secara umum dapat disimpulkan bahwa kestabilan titik ekuilibrium mempunyai dua perilaku, yaitu:

1. Stabil jika
 - a. Setiap nilai eigen real adalah negatif ($\lambda_i < 0$ untuk semua i).
 - b. Setiap komponen nilai eigen kompleks lebih kecil atau sama dengan nol ($Re(\lambda_i) \leq 0$ untuk semua i).
2. Tidak stabil jika
 - a. setiap nilai eigen real adalah positif ($\lambda_i > 0$ untuk semua i).
 - b. setiap komponen nilai eigen kompleks lebih besar dari nol ($Re(\lambda_i) > 0$ untuk semua i).

Model SEIR

Model SEIR membagi populasi manusia N ke dalam empat variabel yaitu manusia yang berpotensi ditulari virus (*susceptible*), manusia yang memperlihatkan gejala ditulari virus (*exposed*), manusia yang telah ditulari virus (*infected*), dan manusia yang telah sembuh (*Recovered*) (Side&Rangkuti, 2015).

$$S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N \quad (3)$$

Hubungan ke empat kelompok ini dapat disajikan ke dalam Gambar 1.

GAMBAR 1. Diagram Transfer model SEIR secara umum

Populasi *susceptible* mejadi ke populasi *exposed* dengan laju β . Populasi *exposed* menjadi populasi *infected* dengan laju ϵ , kemudian populasi *infected* menjadi populasi *recovered* dengan laju c .

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar merupakan bilangan yang menunjukkan jumlah individu rentan yang dapat menderita penyakit yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi. Bilangan tersebut diperlukan sebagai parameter untuk mengetahui tingkat penyebaran suatu penyakit. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian dari suatu sistem persamaan (model) yang dihitung pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Bilangan reproduksi dasar dilambangkan dengan R_0 (Side, Sanusi, & Setiawan, 2016). Terdapat tiga kondisi yang akan timbul, yaitu:

1. Jika $R_0 < 1$, maka penyakit akan menghilang.
2. Jika $R_0 = 1$, maka penyakit akan menetap.
3. Jika $R_0 > 1$, maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Malaria

Malaria adalah suatu penyakit yang disebabkan oleh protozoa obligat intraseluler dari genus plasmodium. Penyakit ini secara alami ditularkan oleh gigitan nyamuk *Anopheles* betina. Penyakit malaria ini dapat menyerang siapa saja terutama penduduk yang tinggal di daerah dimana tempat tersebut merupakan tempat yang sesuai dengan kebutuhan nyamuk untuk berkembang (Arsin, 2012).

Gejala malaria terdiri dari beberapa serangan demam dengan interval tertentu (disebut *parokisme*), diselingi oleh suatu periode yang penderitanya bebas sama sekali dari demam disebut periode laten. Gejala yang khas tersebut biasanya ditemukan pada penderita non imun. Sebelum timbulnya demam, biasanya penderita merasa lemah, mengeluh sakit kepala, kehilangan nafsu makan, merasa mual, di ulu hati, atau muntah semua gejala awal ini disebut gejala prodormal (Arsin, 2012).

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literature dengan melakukan pengambilan data penderita penyakit malaria pada tahun 2018 di Dinas Kesehatan Kabupaten Mimika. Langkah pertama adalah membangun model matematika dengan menentukan asumsi-asumsi yang berkaitan dengan model SEIRS yang sesuai dengan karakteristik penyakit, kemudian akan dibuat model matematika SEIRS dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Selanjutnya menganalisis kestabilan model SEIRS dengan menentukan titik tetap model SEIRS yang telah dibuat, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik penyakit. Kemudian menganalisis kestabilan titik tetap dan menentukan bilangan reproduksi dasar dari model SEIRS. Selanjutnya melakukan simulasi program model SEIRS dari nilai awal dan nilai parameter yang telah diperoleh, kemudian menarik kesimpulan dari hasil simulasi model SEIRS.

HASIL PENELITIAN

Pembentukan Model SEIRS Penyebaran Penyakit Malaria

Pada penelitian ini, terdapat beberapa asumsi yang digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit malaria, yaitu:

- Terdapat kelahiran dan kematian dalam suatu populasi.
- Proses kematian dapat terjadi pada kelas S, E, I, R.
- Setiap individu yang lahir akan menjadi rentan.
- Penyakit dapat disembuhkan (individu yang telah sembuh memiliki sistem imun sementara).
- Semua orang mempunyai peluang yang sama untuk terinfeksi.
- Penanganan atau pengobatan dilakukan pada individu exposed.

Skema Model SEIRS penyakit Malaria dapat dilihat pada Gambar 2.

GAMBAR 2. Skema Model SEIRS penyakit Malaria

Gambar 2. juga dapat ditafsirkan ke dalam bentuk model matematika berupa sistem persamaan diferensial pada persamaan (4).

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= \pi + \gamma R - (\mu + \beta I)S \\ \frac{dE(t)}{dt} &= \beta IS - (\mu + \omega + \delta)E \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \delta E - (\mu + \alpha + \sigma)I \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \sigma I + \omega E - (\mu + \gamma)R\end{aligned}\quad (4)$$

dengan $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$.

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 1.

TABEL 1. Variabel dan Parameter dalam Model

Variable	Keterangan
S	Jumlah individu yang rentan
E	Jumlah individu yang mengalami gejala namun belum terinfeksi
I	Jumlah individu yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit
R	Jumlah individu yang sembuh
π	Laju kelahiran
δ	Laju individu yang terinfeksi
βI	Laju individu menjadi individu laten karena adanya gigitan nyamuk terinfeksi
μ	Laju kematian
α	Kematian akibat penyakit malaria
γ	Laju konstan hilangnya kekebalan tubuh pada manusia setelah pulih
ω	Efektivitas pengobatan pada manusia
σ	Laju pemulihan

Analisis Model SEIRS Penyebaran Penyakit Malaria

Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium terjadi pada saat $\left(\frac{dS}{dt}, \frac{dE}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}\right) = (0,0,0,0)$. Sistem persamaan (4) memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit yang dinotasikan dengan E_0 dan titik ekuilibrium endemic penyakit yang dinotasikan dengan E_1 . Titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh dengan asumsi bahwa $e = 0$ dan $i = 0$ yang berarti tidak terjadi penyebaran penyakit menular dalam populasi. Berdasarkan sistem persamaan (4), diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = (s, e, i, r) = \left(\frac{\pi + \gamma R}{\mu}, 0, 0, 0\right)$. Untuk mengetahui titik ekuilibrium endemic penyakit, misalkan $E_1(s^*, e^*, i^*, r^*)$ maka diasumsikan $s^*, e^*, i^*, r^* \neq 0$, sehingga diperoleh $E_1 = (s^*, e^*, i^*, r^*)$ dimana $s^* = \frac{\pi + \gamma R}{(\mu + \beta)}$, $e^* = \frac{\beta(\pi + \gamma R)}{(\mu + \omega + \delta)(\mu + \beta)}$, $i^* = \frac{\delta(\beta(\pi + \gamma R))}{(\mu + \alpha + \sigma)(\mu + \omega + \delta)(\mu + \beta)}$, dan $r^* = \frac{\sigma(\delta(\beta(\pi + \gamma R))) + \omega(\beta(\pi + \gamma R))(\mu + \alpha + \sigma)}{(\mu + \alpha + \sigma)(\mu + \omega + \delta)(\mu + \beta)(\mu + \gamma)}$.

Penentuan Jenis Kestabilan Titik Ekuilibrium

Jenis kestabilan titik ekuilibrium bebas kecanduan E_0 diperoleh dengan melakukan pelinearan pada sistem persamaan (4) disekitar E_0 , sehingga diperoleh matriks Jacobian.

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\pi}{\mu} & \gamma \\ 0 & -(\mu + \omega + \delta) & \frac{\beta\pi}{\mu} & 0 \\ 0 & \delta & -(\mu + \alpha + \sigma) & 0 \\ 0 & \omega & \sigma & -(\mu + \gamma) \end{bmatrix}$$

Untuk mengetahui kestabilan E_0 , maka dicari nilai eigen dari matiks $J(E_0)$ dengan menentukan $\det(\lambda I - J E_0) = 0$, dimana λ adalah nilai eigen dan I adalah matriks identitas.

$$\det \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\pi}{\mu} & \gamma \\ 0 & -(\mu + \omega + \delta) & \frac{\beta\pi}{\mu} & 0 \\ 0 & \delta & -(\mu + \alpha + \sigma) & 0 \\ 0 & \omega & \sigma & -(\mu + \gamma) \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} \lambda + \mu & 0 & \frac{\beta\pi}{\mu} & -\gamma \\ 0 & \lambda + \mu + \omega + \delta & -\frac{\beta\pi}{\mu} & 0 \\ 0 & -\delta & \lambda + \mu + \alpha + \sigma & 0 \\ 0 & -\omega & -\sigma & \lambda + \mu + \gamma \end{pmatrix} = 0$$

Diperoleh nilai eigen yaitu $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ adalah negatif sehingga titik ekuilibrium bebas kecanduan E_0 bersifat stabil.

Selanjutnya menentukan jenis kestabilan titik ekuilibrium kecanduan E_1 dengan cara yang sama seperti menentukan jenis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 . Sehingga diperoleh Polynomial orde empat mempunyai akar negatif pada bagian realnya jika dan hanya jika elemen-elemen dari kolom pertama pada tabel Routh Hurwitz mempunyai tanda sama. Sehingga diperoleh $R_0 > 1$ maka titik setimbang endemik stabil asimtotik.

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar dari penyakit malaria diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks jacobian dari suatu sistem persamaan yang dihitung pada titik equilibrium bebas penyakit. Perhatikan persamaan 5.

$$\mu\gamma\alpha\delta + \mu\gamma\alpha\omega + \mu^2\gamma\delta + \mu\gamma\delta\sigma + \mu\gamma\sigma\omega + \mu^2\gamma\omega + \mu^2\gamma\sigma - \gamma\delta\beta\pi \quad (5)$$

Bilangan reproduksi dasar dari persamaan diatas diperoleh dengan menyamakan bagian positif dan negatifnya, maka diperoleh:

$$\gamma\delta\beta\pi = \mu\gamma\alpha\delta + \mu\gamma\alpha\omega + \mu^2\gamma\delta + \mu\gamma\delta\sigma + \mu\gamma\sigma\omega + \mu^2\gamma\omega + \mu^2\gamma\sigma$$

$$R_0 = \frac{\gamma\delta\beta\pi}{\mu\mu\gamma\alpha\delta + \mu\gamma\alpha\omega + \mu^2\gamma\delta + \mu\gamma\delta\sigma + \mu\gamma\sigma\omega + \mu^2\gamma\omega + \mu^2\gamma\sigma} \quad (6)$$

Simulasi Model

Nilai awal yang diperoleh pada Tabel 2.

TABEL 2. Nilai Awal

Variable	Nilai	Sumber
N	219.501	Dinas Kesehatan
S	118.983	Dinas Kesehatan
E	42.653	Dinas Kesehatan
I	49.503	Dinas Kesehatan
R	8.362	Asumsi

Simulasi Menggunakan Nilai Parameter 1 dan 2

Simulasi menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 3.

TABEL 3. Nilai Parameter

Variable	Nilai Parameter 1	Nilai Parameter 2
π	0,045	0,045
δ	0,358	0,358
β	0,416	0,416
μ	0,045	0,045
α	0,831	0,831
γ	0,001	0,001
ω	1,000	0,000
σ	0,500	0,500

Jika nilai-nilai parameter 1 dan parameter 2 disubstitusi ke sistem persamaan (6), diperoleh nilai $R_0 = 0,095 > 1$ dan nilai $R_0 = 0,562 > 1$ yang berarti bahwa seseorang yang terinfeksi penyakit malaria tidak menyebabkan orang lain terkena penyakit malaria.

Simulasi model SEIRS untuk parameter 1 pada Gambar 3.

GAMBAR 3. Prediksi laju Model SEIRS Penyakit Malaria

Simulasi model pada Gambar 3 memperlihatkan bahwa populasi *susceptible* mengalami peningkatan secara drastis dari bulan ke-0 hingga bulan ke-48. Adapun pada populasi *exposed* terdapat 41.705 jiwa pada bulan 0, namun pada kondisi tersebut jumlah populasi mengalami penurunan secara drastis per-bulannya hingga mencapai 0 jiwa populasi pada bulan ke-5 dan selanjutnya menjadi konstan. Selanjutnya untuk populasi *infected* terdapat 48.219 jiwa pada bulan 0, namun pada kondisi tersebut jumlah populasi mengalami penurunan secara drastis per-bulannya hingga mencapai 0 jiwa populasi pada bulan ke-6 dan selanjutnya menjadi konstan. Untuk individu yang sembuh mengalami kenaikan secara drastis dari bulan ke-0 hingga bulan ke-4, dan pada bulan selanjutnya mengalami penurunan hingga 0 jiwa pada bulan ke-48.

Simulasi model pada Gambar 4 memperlihatkan bahwa populasi *susceptible* mengalami peningkatan secara drastis dari bulan ke-0 hingga bulan ke-48. Adapun pada populasi *exposed* terdapat 41.705 jiwa pada bulan 0, namun pada kondisi tersebut jumlah populasi mengalami penurunan secara drastis per-bulannya hingga mencapai 0 jiwa populasi pada bulan ke-14 dan selanjutnya menjadi konstan. Selanjutnya untuk populasi *infected* terdapat 48.219 jiwa pada bulan 0, namun pada kondisi tersebut jumlah populasi mengalami penurunan secara drastis per-

bulannya hingga mencapai 0 jiwa populasi pada bulan ke-11 dan selanjutnya menjadi konstan. Untuk individu yang sembuh mengalami kenaikan secara drastis dari bulan ke-0 hingga bulan ke-4, dan pada bulan selanjutnya mengalami penurunan hingga 0 jiwa pada bulan ke-48.

Simulasi model SEIRS untuk parameter 2 pada Gambar 4.

GAMBAR 4. Prediksi laju Model SEIRS Penyakit Malaria

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah diuraikan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika SEIRS pada penyebaran penyakit malaria di Kabupaten Mimika dibangun dengan membuat asumsi-asumsi yaitu terdapat kelahiran dan kematian dalam suatu populasi, kematian terjadi pada kelas S, E, I dan R, setiap individu yang lahir akan menjadi rentan, penyakit dapat disembuhkan, semua orang mempunyai peluang yang sama untuk terinfeksi dan adanya individu yang kembali terkena penyakit. Berdasarkan asumsi model pada penyebaran penyakit malaria berbentuk diagram transfer kemudian dibentuk menjadi persamaan differensial yaitu:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \pi + \gamma R - (\mu + \beta I)S$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta IS - (\mu + \omega + \delta)E$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \delta E - (\mu + \alpha + \sigma)I$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \sigma I + \omega E - (\mu + \gamma)R$$

2. Analisis kestabilan bilangan reproduksi dasar (R_0) model SEIRS pada penyebaran penyakit malaria di Kabupaten Mimika diperoleh nilai 0,095 dan 0,562 yang lebih kecil dari 1 berarti bahwa seseorang yang terinfeksi penyakit malaria tidak menyebabkan orang lain terkena penyakit malaria.
3. Hasil simulasi numerik model SEIRS pada penyebaran penyakit malaria diperoleh semakin besar laju penanganan pada penyakit malaria maka mengakibatkan populasi pada kelas *exposed* dan *infected* mengalami penurunan dan populasi pada kelas *susceptible* dan *recovered* semakin meningkat.

DAFTAR PUSTAKA

- Ansar, A. (2018). *Pemodelan Matematika SEIR dengan Vaksinasi pada Penyebaran Penyakit Malaria (Studi Kasus: Kabupaten Merauke)* (Skripsi). Universitas Negeri Makassar, Makassar.
- Arsin, A. A. (2012). *Buku Malaria di INDONESIA Tinjauan Aspek Epidemiologi*. Makassar: MASAGENA PRESS.
- Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2001). *Differential Equation and Linear Algebra*. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- Ermilanti, E. (2016). *Model Matematika SEIR untuk Kontrol Campak dengan Pengaruh Vaksinasi di Kabupaten Bulukumba* (Skripsi). Universitas Negeri Makassar.
- Fitriany, J & Sabiq, A. (2018). MALARIA. *Jurnal Averrous*, 4(2).
- Ilahi, W. (24 September 2019). *Mimika Endemik Malaria Tertinggi di Papua*. <https://timikaexpress.com/?p=17557>. Diakses pada tanggal 29 Februari 2020.
- Lestari, D. (2013). *Diktat Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Side, S. (2015). Model SEIR pada Penularan Hepatitis B. *Jurnal Scientific Pinisi*, 1(1). 97-102.
- Side & Rangkuti. (2015). *Pemodelan Matematika dan Solusi Numerik untuk Penularan demam Berdarah*. Medan: Perdana Publishing.
- Side, S., Sanusi, W. & Setiawan, N. F. (2016). Analisis dan Simulasi Model SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Jurnal Sainsmat*, 5(2). 191-204.
- Side,S., Wahyuni,M.S., R,A. (2019). Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hail Panen Padi dengan Metode Adam Bashforth-Moulton (ABM). *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*,2(1). 91-98.
- Side,S., Zaki,A., & Sari,N. (2018). Analisis Model Matematika Penyebaran Demam Berdarah Dengue dengan Fungsi Lyapunov. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*,1(2). 125-141.
- Syam,R., Side, S., Said,C.S. (2020). Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*,3(1). 11-19.
- Ulfa, M. (2013). *MODEL MATEMATIKA UNTUK KONTROL CAMPAK MENGGUNAKAN VAKSINASI* (Skripsi) . UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta