

Solusi Numerik Model SIR pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B dengan Metode Perturbasi Homotopi di Provinsi Sulawesi Selatan

Syafuruddin Side¹, Maya Sari Wahyuni¹, dan Muh. Rifki^{1, a)}

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224

^{a)} rifkymuhammad504@gmail.com

Abstrak Penelitian ini membahas mengenai solusi secara numerik dari model SIR pada penyebaran penyakit Hepatitis B dengan Metode Perturbasi Homotopi. Data yang digunakan adalah data sekunder dari penelitian Rosdiana (2015) yang berupa model SIR dan jumlah penderita Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2015 dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan. Pembahasan dimulai dari penentuan solusi umum dengan Metode Perturbasi Homotopi, penentuan parameter, simulasi dan analisis hasil. Setelah dilakukan analisis dari simulasi numerik terlihat bahwa Metode Perturbasi Homotopi dapat digunakan untuk melihat kecenderungan perlakuan penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan dan menjadi bahan pertimbangan untuk tindakan pencegahan penyakit Hepatitis B. Dalam penelitian ini diperoleh grafik pergerakan dari model SIR dengan data riil.

Kata kunci : Solusi Numerik, Model SIR, Hepatitis B, Metode Perturbasi Homotopi, Pemodelan

Abstract. This research aims to find out the numerical solution from a SIR model on the spread of Hepatitis B by Homotopy Perturbation Method. This research used a secondary data from Rosdiana's research (2015) focused on SIR model and number of Hepatitis B in South Sulawesi 2015 from Health Department of South Sulawesi. The discussion started by determining general solution with Homotopy Perturbation Method, parameter decision, simulation and result analysis. After conducting an analysis from numeric simulation it shows that the Homotopy Perturbation Method can be used to analyze the preference of Hepatitis B treatment in South Sulawesi also can be a consideration for preventing action of infectious disease of Hepatitis B. This research gets movement graphic and result analysis from SIR model by riil data.

Keywords : Numeric Solution, SIR Model, Hepatitis B, Homotopy Perturbation Method, Modeling

PENDAHULUAN

Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Salah satu penerapan model matematika adalah mengetahui model penyebaran penyakit menular dalam suatu daerah atau wilayah tertentu. Terdapat beberapa model penyakit baik model yang bersifat deterministik, maupun model yang bersifat stokastik. Model-model tersebut antara lain SI, SIS, SIR dan SEIR. Model-model tersebut memiliki karakteristik tersendiri, berdasarkan jenis dan bentuk penyebaran penyakit menular yang diamati (Hasrina, 2015).

Penyakit Hepatitis B dapat diselesaikan dengan model matematika. Penyakit ini merupakan penyakit endemik yang disebabkan oleh virus hepatitis tipe B (VHB). Hepatitis B biasanya

ditularkan dari orang ke orang melalui hubungan seksual, transmisi perinatal, transfusi darah yang virus hepatitis B, cairan tubuh, dan peralatan yang mengandung cairan tubuh penderita yang terkontaminasi hepatitis B.

Penyakit hepatitis B merupakan salah satu penyakit menular yang memiliki tingkat penyebaran yang tinggi. Secara epidemiologi penyakit ini tersebar diseluruh dunia dan diperkirakan sekitar dua miliar orang terinfeksi virus hepatitis B, 240 juta orang secara kronis terinfeksi virus hepatitis B (didefinisikan sebagai hepatitis B antigen permukaan positif selama minimal 6 bulan) dan 780.000 orang meninggal setiap tahun karena terinfeksi virus hepatitis B, 650.000 dari sirosis dan kanker hati akibat infeksi virus hepatitis B kronis dan 130.000 dari hepatitis B akut (WHO,2015).

Indonesia menduduki peringkat ke-3 jumlah penderita hepatitis B di dunia, dengan jumlah penderita sekitar 13 juta penduduk. Indonesia termasuk Negara yang dihimbau oleh WHO untuk melaksanakan upaya pencegahan. Selain itu, di Indonesia infeksi virus hepatitis B terjadi pada bayi dan anak yang terinfeksi perinatal. Bila bayi terinfeksi pada usia 1-5 tahun maka akan terjadi penyakit hati yang kronik. Infeksi yang berjalan kronis mempunyai kemungkinan untuk menjadi sirosis hepatitis dan kanker hati. Mereka yang menderita infeksi kronis ini merupakan sumber untuk penularan penyakit hepatitis B. Di Indonesia prevalensi pengidap hepatitis B memperlihatkan adanya variansi yang besar yaitu sedang sampai tinggi dan pada tahun 2013 Provinsi Sulawesi Selatan menduduki peringkat ke-3 jumlah penderita hepatitis B di Indonesia (Rosdiana,2015).

Beberapa peneliti telah mengkaji permasalahan Hepatitis B. Rosdiana (2015) membahas mengenai model penyebaran penyakit Hepatitis B dengan vaksin serta menentukan kestabilan model pada penyakit Hepatitis B. Side (2015) membahas mengenai pembentukan model SEIR dan menganalisis model tersebut pada penularan penyakit Hepatitis B. Sulisdiana (2016) mengkaji dan memformulasikan serta menganalisis model SEIV pada penyakit Hepatitis B. Ramadhan (2017) membahas bagaimana penggunaan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) pada penyakit TBC di Kota Makassar.

Dalam penelitian Rosdiana (2015) diperoleh model SIR dengan vaksinasi pada penyebaran penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan dengan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan terlebih dahulu, namun tidak meneliti lebih lanjut mengenai solusi numerik dari model yang telah di peroleh. Oleh karena itu, pada artikel ini dibahas mengenai solusi numerik pada model SIR dengan vaksinasi pada penyebaran penyakit Hepatitis B. Metode Perturbasi Homotopi (MPH) digunakan untuk mencari solusi numerik pada penderita Hepatitis B dari model yang telah dikaji sebelumnya oleh Rosdiana (2015). Menurut Yuliani (2014) , MPH efektif digunakan, serta memberikan penyelesaian yang akurat menghampiri penyelesaian eksak.

KAJIAN PUSTAKA

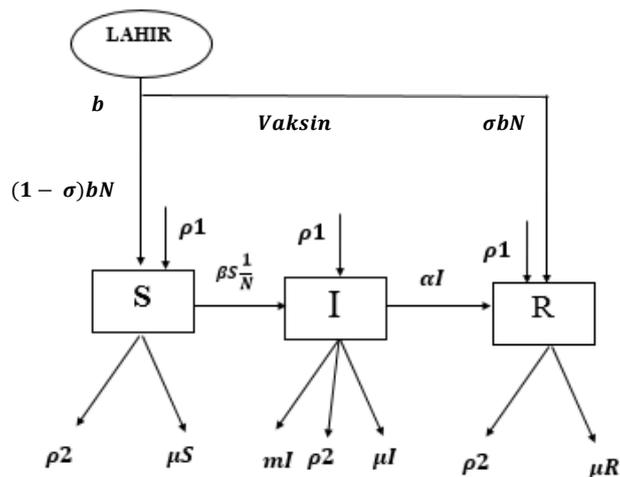
Hepatitis B

Hepatitis B adalah virus yang menyerang hati,masuk melalui darah ataupun cairan tubuh dari seseorang yang terinfeksi seperti virus HIV. Hepatitis B hampir 100 kali lebih infeksius dibandingkan dengan virus HIV. Virus ini tersebar luas di seluruh dunia dengan angka kejadian yang berbeda-beda. Angka kejadian di Indonesia mencapai 4% - 30% pada orang normal, sedangkan pada penyakit hati menahun dapat di temukan angka kejadian 20% - 40%. Apabila seseorang terinfeksi dengan virus ini maka gejalanya dapat sangat ringan sampai berat sekali. Pada orang dewasa dengan infeksi akut biasanya jelas dan akan sembuh sempurna pada sebagian besar (90%) pasien. Akan tetapi pada anak-anak terutama balita, sebagian besar dari mereka penyakitnya akan berlanjut menjadi menahun (Rosdiana, 2015).

Model SIR Pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B

Dalam penelitian Rosdiana (2015) ada beberapa asumsi yang digunakan dalam model SIR, yaitu

1. Jumlah populasi tetap dalam setiap subpopulasi dalam satu periode waktu t adalah
 - $S(t)$ = jumlah individu pada subpopulasi *suspected*,
 - $I(t)$ = jumlah inidividu pada subpopulasi *infected*,
 - $R(t)$ = jumlah individu pada subpopulasi *recovered*.
 - Dengan proporsi $S(t) + I(t) + R(t) = N$.
2. Dalam populasi terjadi migrasi (imigrasi dan emigrasi), dengan laju imigrasi $\rho_1 > 0$ dan laju emigrasi $\rho_2 > 0$.
3. Adanya proses kelahiran alami dalam populasi, dengan laju kelahiran konstan $b > 0$ dan laju kematian konstan $\mu > 0$.
4. Populasi bercampur secara homogen, artinya setiap individu mempunyai kemungkinan yang sama melakukan kontak dengan individu lain dalam populasi.
5. Setiap individu yang belum terserang penyakit dan tidak mendapatkan vaksin masuk ke subpopulasi *suspected*.
6. Individu terinfeksi penyakit dapat sembuh dari penyakit dengan laju kesembuhan $\alpha > 0$ dan individu yang sembuh akan masuk ke subpopulasi *recovered* dan diasumsikan kebal dari penyakit tersebut.
7. Vaksinasi diberikan kepada :
 - Individu yang baru lahir atau masih dalam usia anak-anak
 - Individu migrasi, dalam hal ini imigrasi dan emigrasi, vaksinasi pada individu emigrasi tidak diperhatikan dalam model karena tidak mempengaruhi penyebaran penyakit dalam populasi yang dibicarakan.
8. Diasumsikan bahwa efesiensi vaksinasi adalah 100% yang berarti setiap individu yang telah mendapatkan vaksin akan kebal dari penyakit dan masuk ke subpopulasi R.
9. Laju penularan pnyakit dari subpopulasi *Suspected* menjadi *Infected* adalah konstan dan dinyatakan dengan $\beta > 0$.
10. Individu yang terinfeksi penyakit dapat mengalami kematian akibat penyakit tersebut dengan laju kematian $m > 0$ Diasumsikan rasio jumlah individu yang memperoleh vaksin adalah σ .
11. Jumlah individu yang memperoleh vaksin proporsional dengan jumlah kelahiran. Dengan demikian jumlah inidividu yang memperoleh vaksin adalah σb .
12. Jumlah individu yang tidak memperoleh vaksin adalah $b - \sigma b = (1 - \sigma)b$.



GAMBAR 1. Diagram Transfer Model pada Hepatitis B

(Sumber: Rosdiana,2015)

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, model penyebaran penyakit hepatitis B disajikan dalam bentuk diagram transfer sebagaimana Gambar 1

Dimana:

N : jumlah total individu dalam populasi

b : laju kelahiran dalam populasi

μ : laju kematian alami dalam populasi

σ : rasio jumlah individu yang memperoleh vaksin dalam populasi

β : laju penularan penyakit

α : laju kesembuhan penyakit

ρ_1 : laju imigrasi dalam populasi

ρ_2 : laju emigrasi dalam populasi

m : laju kematian akibat penyakit

Berdasarkan asumsi dan hubungan antara variabel dan parameter pada Gambar 1 dapat dijelaskan dalam persamaan (1),(2),(3)

$$\frac{ds}{dt} = (1 - \sigma)bN - \beta S \frac{1}{N} + \rho_1 S - \rho_2 S - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{1}{N} + \rho_1 I - mI - \rho_2 I - \mu I - \alpha I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \sigma bN + \rho_1 R - \rho_2 R - \mu R + \alpha I \quad (3)$$

Metode Perturbasi Homotopi

Metode perturbasi homotopi dikenal pada tahun 1998 dan pertama kali dikemukakan oleh J. He, bahwa metode ini adalah metode yang banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan – persamaan linier dan nonlinier. Ciri-ciri utama dari metode ini adalah untuk menyelesaikan suatu masalah yang sulit ke suatu masalah yang mudah diselesaikan. Hasil yang diperoleh dari metode perturbasi homotopi dalam penyelesaian persamaan diferensial adalah efektif dan akurat. (Mutmainah,2010)

Metode yang dipertimbangkan sebagai sistem persamaan diferensial biasa pertama secara umum dapat ditulis pada persamaan (4) dan (5) : (Side & Rangkuti, 2015)

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} + g_1(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_1(t) \\ \frac{du_2}{dt} + g_2(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{du_m}{dt} + g_n(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_m(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Memenuhi kondisi awal

$$u_1(t_0) = c_1, u_2(t_0) = c_2, \dots, c_m(t_0) = c_m \quad (5)$$

Sistem persamaan (4) mengikuti bentuk operator berikut:

$$\begin{aligned} L(u_1) + g_1(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_1(t) \\ L(u_1) + g_1(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_1(t) \\ &\vdots \\ L(u_m) + g_m(t, u_1, u_2, \dots, u_m) &= f_m(t) \end{aligned}$$

Dengan $L=d/dt$ adalah operator linear dan N_1, N_2, \dots, N_m adalah operator nonlinear.

Untuk menyelesaikan model SIR dan SEIR menggunakan MPH, pertama, sistem persamaan diferensial dapat dibentuk yang memenuhi hubungan pada persamaan (6) :

$$Du_i(t) = L_i(u_1(t), u_1, u_2, \dots, u_m) + N_i(t, u_1, u_2, \dots, u_m) + g_1(t) \quad (6)$$

Dimana metode tersebut yang digunakan untuk mencari solusi numerik dari model SIR pada penyakit Hepatitis B.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan. Penelitian ini membahas mengenai solusi numerik SIR pada penyebaran penyakit Hepatitis B dengan MPH. Data yang digunakan merupakan data penderita Hepatitis B tahun 2015. Data tersebut diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan dan Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan. Langkah awal yang dilakukan pada penelitian ini adalah menentukan nilai awal dan parameter dari data yang diperoleh. Selanjutnya, diselesaikan dengan menggunakan MPH untuk memperoleh solusi numerik dari penyakit Hepatitis B. Kemudian dilakukan simulasi program dengan menggunakan aplikasi Maple untuk melihat kecenderungan perlakuan dari penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan.

HASIL PENELITIAN

Solusi Numerik Model SIR Pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B dengan Metode Perturbasi Homotopi

Model SIR pada penyebaran penyakit hepatitis B yang ada pada persamaan (1),(2),(3) akan diidentifikasi lebih lanjut kedalam bentuk persamaan differensial biasa seperti pada persamaan (7),(8),(9).

$$\frac{dS}{dt} = (1 - \sigma)bN - \beta S \frac{1}{N} + \rho_1 S - \rho_2 S - \mu S \quad (7)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{1}{N} + \rho_1 I - mI - \rho_2 I - \mu I - \alpha I \quad (8)$$

$$\frac{dR}{dt} = \sigma bN + \rho_1 R - \rho_2 R - \mu R + \alpha I \quad (9)$$

Persamaan (7),(8),(9) diselesaikan dengan menggunakan MPH, dengan langkah-langkah sebagai berikut.

Model yang dihasilkan dapat disederhanakan dengan mengandaikan pecahan-pecahan pada persamaan (10)

$$x(t) = \frac{S}{N}, y(t) = \frac{I}{N}, \text{ dan } z(t) = \frac{R}{N} \quad (10)$$

Sehingga model populasi manusia untuk penularan penyakit Hepatitis B dapat disederhanakan seperti pada persamaan (11),(12),(13)

$$\frac{dx}{dt} = (1 - \sigma)b - \beta x + \rho_1 x - \rho_2 x - \mu x \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta + \rho_1 y - my - \rho_2 y - \mu y - \alpha y \quad (12)$$

$$\frac{dz}{dt} = \sigma b + \rho_1 z - \rho_2 z - \mu z + \alpha y \quad (13)$$

Penentuan Syarat Awal Model SIR

Nilai awal dan parameter yang digunakan dalam model SIR pada penyebaran penyakit Hepatitis B dapat dilihat seperti pada Tabel 1.

TABEL 1. Syarat awal yang digunakan dalam model SIR pada penyebaran penyakit Hepatitis B

Nilai Awal Model SIR			
Varibel dan Parameter	Nilai	Sumber	Tahun
$N(0)$	8.520.304	Badan Pusat Statistik Sulawesi Selatan	2015
$x(0)$	$\frac{7.693.309}{8.520.304}$	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
$y(0)$	$\frac{821.950}{8.520.304}$	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
$z(0)$	$\frac{5.045}{8.520.304}$	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
σ	0,3091644526	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
b	0,01874400476	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
α	0,1667	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
ρ_1	0,01600123	Badan Pusat Statistik Sulawesi Selatan	2015
ρ_2	0,02081	Badan Pusat Statistik Sulawesi Selatan	2015
β	0,01607	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015
μ	0,001188778	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan	2015

Dengan syarat awal :

$$S(0) = x_0(t) = V_{1,0}(t) = V_1(t) = x(0) = c1$$

$$I(0) = y_0(t) = V_{2,0}(t) = V_2(t) = y(0) = c2$$

$$R(0) = z_0(t) = V_{3,0}(t) = V_3(t) = z(0) = c3$$

Maka penyelesaian dari MPH adalah :

$$x(t) = \sum_{j=0}^3 V_{1,j} = 0,90294 - 0,353610726 t + 0,143561173t^2 + 0,0583 t^3$$

$$y(t) = \sum_{j=0}^3 V_{2,j} = 0,09646956259 + 0,01280956534t - 0,0004329318982et^2 + 0,0001463203657t^3$$

$$z(t) = \sum_{j=0}^3 V_{3,j} = 0,0005921150231 + 0,007646575355t + 0,0003102452146t^2 - 0,00001389621731t^3$$

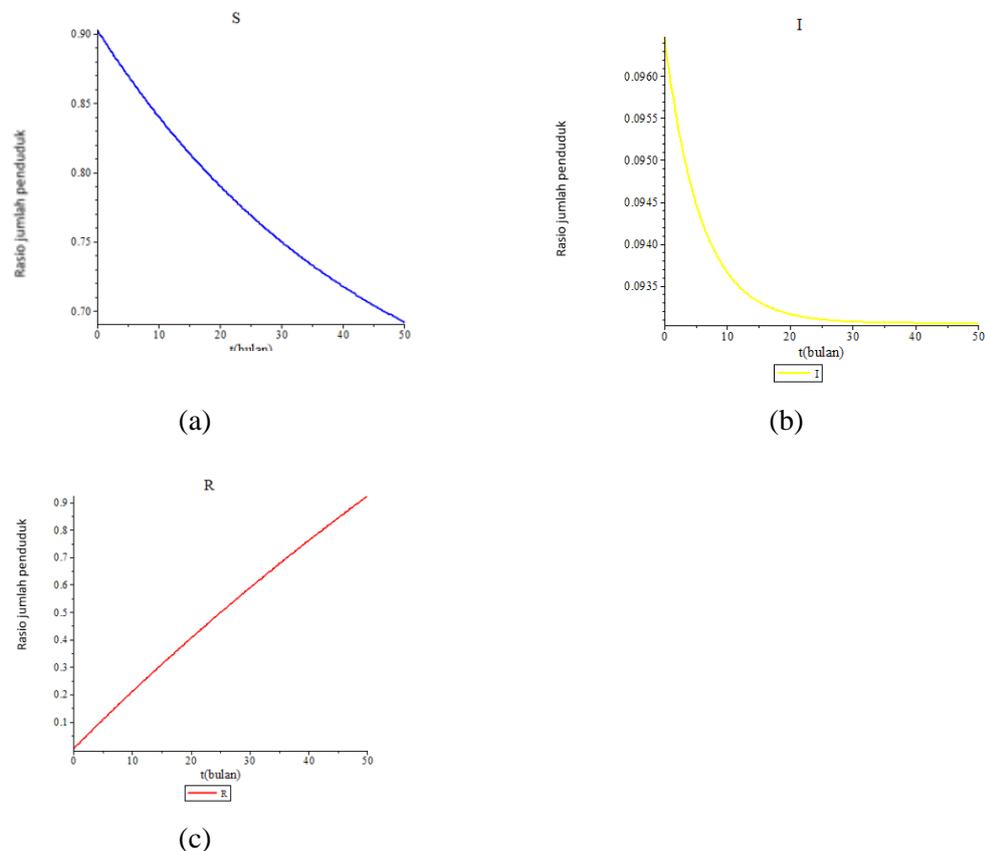
Simulasi Program Menggunakan Aplikasi MAPLE

Metode MPH untuk model SIR pada penyakit Hepatitis B dihitung sampai dengan iterasi ke-10 atau lebih hingga menghasilkan penyelesaian yang diinginkan ataupun logik. Adapun hasil dari iterasi tersebut ditampilkan pada Gambar 2.

Gambar 2(a) menunjukkan bahwa jumlah individu rentan dengan populasi sebesar 7.693.309 dari 8.520.304 jiwa, mengalami penurunan setiap bulannya. Dan mencapai nilai minimum pada bulan ke-50. Penurunan tersebut disebabkan oleh jumlah populasi atau nilai awal yang digunakan lebih besar dibandingkan dengan jumlah populasi pada kelas *susceptible* yang berupa laju penularan dari *suspect* ke *infectious*.

Gambar 2(b) menunjukkan bahwa jumlah individu terinfeksi dengan populasi sebesar 821.950 dari 8.520.304 jiwa, mengalami penurunan setiap bulannya. Dan mencapai titik minimum pada bulan ke 40. Hal ini menunjukkan semakin sedikit jumlah individu yang terinfeksi dari virus Hepatitis B.

Gambar 2(c) menunjukkan bahwa populasi *recovered* sebesar 5045 jiwa dari 8520304 jiwa, mengalami peningkatan setiap bulannya dalam waktu yang lama. Peningkatan tersebut di sebabkan oleh tingkat laju kesembuhan dari *infectious* menjadi *recovered* yang lebih besar dari pada laju kematian kelas *recovered* dan tidak berpengaruhnya laju penularan penyakit *susceptible* menjadi *infected*.



GAMBAR 2. (a) Plot *Susceptible*, (b) Plot *Infectious*, (c) Plot *Recovered*,

PEMBAHASAN

Penelitian Sulisdiana (2016) mengenai model matematika SEIV penyakit Hepatitis B dan Side (2015) mengenai pemodelan matematika SEIR lebih membahas mengenai pemodelan matematika dari model SEIV dan model SEIR pada Hepatitis B. Pada penelitian ini penyakit yang dilakukan penelitian sama yaitu Hepatitis B, namun model matematika yang digunakan berbeda yaitu model matematika SIR.

Penelitian Ramadhan (2017) membahas mengenai solusi numerik pada penyakit Tuberkulosis pada wilayah tertentu dengan menggunakan MPH. Pada penelitian ini metode yang digunakan sama yaitu MPH, namun dengan penyakit yang berbeda yaitu Hepatitis B.

Rosdiana (2015) membahas mengenai penerapan dari model SIR pada penyebaran penyakit Hepatitis B dengan asumsi-asumsinya. Kemudian menentukan titik equilibrium dari model SIR, menentukan stabilitas dan bilangan reproduksi dasar, serta melakukan simulasi dengan menggunakan data sekunder penderita Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan. Hasil simulasi menjelaskan bahwa penularan penyakit Hepatitis B memiliki pengaruh yang besar terhadap model dan menjelaskan bahwa penyakit Hepatitis B akan berkurang atau bahkan menghilang jika bilangan reproduksi dasarnya kurang dari 1.

Sementara untuk penelitian ini dijelaskan mengenai penggunaan metode numerik dalam hal ini menggunakan MPH untuk menganalisis model SIR yang telah diperoleh dari penelitian Rosdiana. Kemudian, menetapkan parameter-parameter dan nilai awal yang digunakan dengan mempertimbangkan data riil penderita Hepatitis B yang diperoleh dari bidang ahlinya, yaitu dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan. Setelah itu dibuatkan simulasi sesuai dengan data yang diperoleh untuk melihat kecenderungan perlakuan dari penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan.

KESIMPULAN

1. Solusi numerik model SIR pada penyebaran Hepatitis B dengan Metode Perturbasi Homotopi, yaitu

$$x(t) = 0,90294 - 0,353610726 t + 0,143561173t^2 + 0,0583 t^3$$

$$y(t) = 0,09646956259 + 0,01280956534t - 0,0004329318982et^2 + 0,0001463203657t^3$$

$$z(t) = 0,0005921150231 + 0,007646575355t + 0,0003102452146t^2 - 0,00001389621731t^3$$
2. Hasil simulasi numerik model SIR pada penyebaran penyakit hepatitis B dengan Metode Perturbasi Homotopi menunjukkan bahwa :
 - a. Semakin besar interval waktu yang digunakan, maka akan terlihat jelas pergerakan dari setiap kelas. Terjadi penurunan pada kelas *susceptible* dan *infectious* hal tersebut dipengaruhi oleh tingkat laju penularan penyakit dari *susceptible* menjadi *infectious*. Terjadi peningkatan pada kelas *recovered* hal ini menunjukkan bahwa akan semakin banyak individu yang sembuh dari penyakit Hepatitis B.
 - b. Kasus Hepatitis B memiliki masa inkubasi dan proses penyembuhan yang agak lama dibandingkan rata-rata data yang diperoleh.
 - c. Metode Perturbasi Homotopi dapat digunakan untuk mencari solusi numerik dari model SIR pada penyebaran Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan.

DAFTAR PUSTAKA

- Hasrina. (2015). *Model SIR (Susceptible, Infectious and Recovered) Pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar* (Skripsi). Universitas Negeri Makassar, Makassar.
- Mutmainah, S. (2010). *Penyelesaian Persamaan Diferensial Aljabar Nonlinear Dengan Menggunakan Metode Perturbasi Homotopi* (Skripsi). Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim, Riau.
- Ramadhan, N. R. (2017). *Solusi Numerik Pada Model Penularan TBC Dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH)*. (Skripsi). Universitas Negeri Makassar, Makassar.

- Rosdiana. (2015). *Model Matematika SIR Dengan Vaksinasi Pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B (Studi Kasus Provinsi Sulawesi Selatan)* (Skripsi). Universitas Negeri Makassar, Makassar.
- Side, S., & Rangkuti, Y. M. (2015). *Pemodelan Matematika Dan Solusi Numerik Untuk Penularan Demam Berdarah*. Medan: Perdana Publishing.
- Side, S. (2015). A Susceptible-Infected_Recovered Model and Simulation for Transmission of Tuberculosis. *Advance Science Letters*. 21(2). 137-139.
- Side, S. (2015). Model SEIR Pada Penuluran Hepatitis B. *Jurnal SCIENTIFIC PINISI*, 1(1).97-102.
- Sulisdiana. (2016). *Pemodelan Matematika SEIV (Susceptible-Exposed-Infected-Vaccinated) pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan* (Skripsi). Universitas Negeri Makassar, Makassar.
- WHO. (2015). Hepatitis B. <http://www.who.int/mediacentre/factsheet/fs204/en/>. diakses pada tanggal 17 Oktober 2018.
- Yuliani, N. (2014). *Penggunaan Metode Perturbasi Homotopi untuk Menyelesaikan Model Penyebaran Penyakit Leptospirosis* (Skripsi). Institut Pertanian Bogor, Bogor.