

Model Generalized Poisson Regression (GPR) dan Penerapannya pada Angka Pengangguran bagi Penduduk Usia Kerja di Provinsi Sulawesi Selatan

Hisyam Ihsan^{1, a)}, Wahidah Sanusi^{1, b)}, dan Risna Ulfadwiyanti^{1, c)}

¹*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224*

^{a)}hisyam.ihsan@unm.ac.id

^{b)}wahidah.sanusi@unm.ac.id

^{c)}risnaulfadwiyanti@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini membahas tentang pembentukan model Generalized Poisson Regression (GPR) dan penerapannya pada angka pengangguran bagi penduduk usia kerja di Provinsi Sulawesi Selatan. Jenis penelitian ini adalah penelitian terapan yang menggunakan model regresi nonlinear, yaitu model regresi Poisson dan model GPR. Variabel respon yang digunakan adalah jumlah angka pengangguran pada usia kerja yang termasuk angkatan kerja di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2017. Adapun variabel-variabel prediktor yang digunakan yaitu persentase angkatan kerja terhadap penduduk usia kerja, Indeks Pembangunan Manusia, persentase bekerja terhadap angkatan kerja, kepadatan penduduk, dan pertumbuhan ekonomi. Penelitian menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE) untuk mengestimasi parameter dan menghasilkan sebuah model GPR. Variabel prediktor yang memberikan pengaruh secara signifikan adalah Indeks Pembangunan Manusia dan persentase bekerja terhadap angkatan kerja.

Kata kunci: Angka Pengangguran, Regresi Poisson, Overdispersi, Generalized Poisson Regression, Maximum Likelihood Estimation

Abstract. This study discusses the formation of the Generalized Poisson Regression (GPR) model and its application to the unemployment rate for the working age population in South Sulawesi Province. This type of research is applied research that uses the Poisson regression model, namely Poisson regression and GPR models. The response variabel used is the total unemployment rate at working age which includes the workforce in South Sulawesi Province in 2017. The predictor variables used are the percentage of the workforce on the working age population, the Human Development Index, the percentage of work on the labor force, population density, and economic growth. This research uses the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method to estimate parameters and produce a GPR model. The predictor variables which have a significant influence are the Human Development Index and the percentage of work on the labor force.

Keywords: Unemployment Rate, Poisson Regression, Overdispersion, Generalized Poisson Regression, Maximum Likelihood Estimation

PENDAHULUAN

Analisis regresi adalah suatu metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel terikat dengan beberapa variabel bebas. Untuk menganalisis data variabel respon berupa data kontinu, umumnya menggunakan analisis regresi. Namun dalam pengaplikasiannya, data variabel respon yang akan dianalisis juga dapat berupa data diskrit (data *count*) (Ruliana, 2015).

Salah satu model regresi adalah model regresi Poisson. Model ini dapat digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel terikat diskrit berupa data cacah (*count*) dengan variabel bebas berupa data diskrit, kontinu, kategorik atau campuran (Ruliana, 2015). Model regresi Poisson mensyaratkan *equidispersi* yaitu harus memenuhi asumsi bahwa nilai variansi dari variabel respon sama dengan nilai rata-ratanya (Cahyandari, 2014).

Dalam kenyataan di lapangan, sering terjadi pelanggaran asumsi *equidispersi*. Pelanggaran ini dapat berupa *overdispersi* atau *underdispersi*. *Overdispersi* terjadi apabila nilai variansi lebih besar dari nilai rata-rata sedangkan *underdispersi* terjadi apabila nilai variansinya lebih kecil dari nilai rata-rata (Wang & Famoye, 1997). *Overdispersi* atau *underdispersi* dapat menyebabkan taksiran parameter yang diperoleh tidak efisien. Penggunaan regresi Poisson dapat berakibat fatal dalam interpretasi model karena dapat menaksir parameter *standar error* yang terlalu rendah. Hal ini dapat memberikan kesimpulan yang keliru tentang signifikan atau tidaknya parameter regresi yang terlibat (Darnah, 2011).

Penanganan model regresi untuk data diskrit pernah diteliti oleh Ismunarti, Azizah, dan Wasono (2011). Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan regresi Poisson. Yulianingsih, Sukarsa dan Suciptawati (2012) juga melakukan penelitian tersebut untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah siswa tidak lulus ujian nasional di Provinsi Bali untuk tingkat SMA/SMK. Namun, tidak semua data yang diteliti menggunakan regresi Poisson memenuhi asumsi *equidispersi*. Oleh karena itu Putra, Kencana, dan Srinadi (2013) melakukan penelitian dengan menerapkan *Generalized Poisson Regression (GPR)* untuk mengatasi fenomena *overdispersi* pada kasus regresi Poisson. Penelitian lain juga dilakukan oleh Cahyandari (2014) dengan melakukan pengujian *overdispersi* pada regresi Poisson, dan Rusianti (2016) dalam penelitiannya tentang penanganan data *overdispersi* menggunakan GPR.

Pada penelitian ini, kasus *overdispersi* regresi Poisson juga akan diatasi menggunakan model GPR. Model GPR merupakan bagian dari *Generalized Linear Model (GLM)* yang variabel dependennya tidak harus berdistribusi normal dan variansi untuk uji hipotesisnya tidak harus konstan (Famoye, 1993).

Penelitian ini mengkaji dan memodelkan permasalahan perekonomian khususnya pengangguran di Sulawesi Selatan. Sulawesi Selatan merupakan salah satu penyumbang tenaga kerja dengan persentase tingkat pengangguran mencapai 5,61% (BPS, 2017). Untuk menurunkan angka pengangguran, salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan mengetahui penyebabnya. Dengan demikian, peneliti juga mengkaji faktor-faktor yang memberikan pengaruh signifikan terhadap angka pengangguran tersebut. Pendugaan koefisien parameter model yang digunakan adalah metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*. Untuk pemilihan model terbaik, peneliti menggunakan *Akaike Information Criterion (AIC)* dan *Bayesian Schwartz Information Criteria (BIC)*.

METODE PENELITIAN

Jenis dan Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan. Data yang digunakan merupakan data angka pengangguran bagi penduduk usia kerja yang diasumsikan mengikuti distribusi Poisson. Adapun data lainnya berupa faktor-faktor

yang diduga berpengaruh terhadap pertumbuhan angka pengangguran di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2017. Data ini diperoleh berdasarkan hasil Survey Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) tahun 2016 dan data Sulawesi Selatan dalam Angka tahun 2018.

Variabel Penelitian

- Y = Jumlah angka pengangguran (*jiwa/orang*)
- X₁ = Persentase angkatan kerja terhadap penduduk usia kerja (%)
- X₂ = Indeks Pembangunan Manusia (%)
- X₃ = Persentase bekerja terhadap angkatan kerja (%)
- X₄ = Kepadatan Penduduk ($\frac{orang}{km^2}$)
- X₅ = Pertumbuhan Ekonomi (%)

Prosedur Penelitian

1. Mengumpulkan data dan asumsikan berdistribusi Poisson
2. Mendeteksi hubungan multikolonieritas antara variabel prediktor
3. Menaksir parameter model regresi Poisson dengan menggunakan metode MLE. Penaksiran parameter menggunakan metode MLE dapat dilakukan dengan langkah-langkah:
4. Melakukan pengujian parameter model regresi Poisson
5. Mendapatkan model regresi Poisson
6. Uji asumsi *equidispersi*
7. Menaksir parameter model GPR dengan MLE
8. Menguji signifikansi model GPR
9. Mendapatkan faktor-faktor yang mempengaruhi angka pengangguran bagi penduduk usia kerja di Provinsi Sulawesi Selatan.
10. Mendapatkan model GPR.
11. Memilih model terbaik
12. Pemilihan model terbaik dilakukan dengan melihat nilai AIC dan BIC. Model yang memiliki nilai AIC dan BIC terkecil merupakan model terbaik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Parameter Model GPR Menggunakan Metode MLE

- 1) Membentuk fungsi Likelihood

$$L(\beta, \alpha, y) = \prod_{i=1}^n P(y_i, \beta, \alpha)$$

$$L(\beta, \alpha; y) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}}{1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}} \right)^{y_i} \frac{(1 + \alpha y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp \left(- \frac{e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})(1 + \alpha y_i)}}{1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}} \right)$$

- 2) Membentuk fungsi log *likelihood* dari fungsi *likelihood* yang telah diperoleh

$$L(\mu_i, y_i) = L = \ln L(\beta, \alpha, y)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij} \right) - y_i \ln \left(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} \right) + (y_i - 1) \ln(1 + \alpha y_i) - \frac{e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})(1 + \alpha y_i)}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})} - \ln(y_i!) \right\}$$

- 3) Mendiferensialkan persamaan *log-likelihood* yang telah diperoleh
 a. Mendiferensialkan persamaan terhadap β_0

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_0} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- b. Mendiferensialkan persamaan terhadap β_j ; $j = 1, 2, \dots, 5$

- i) Terhadap β_1

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i x_{i1} - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} x_{i1}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- ii) Terhadap β_2

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i x_{i2} - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} x_{i2}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- iii) Terhadap β_3

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_3} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i x_{i3} - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} x_{i3}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- iv) Terhadap β_4

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_4} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i x_{i4} - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} x_{i4}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- v) Terhadap β_5

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_5} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i x_{i5} - e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} x_{i5}}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

- c. Mendiferensialkan persamaan terhadap α

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{y_i e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}}{1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}} + \frac{y_i (y_i - 1)}{1 + \alpha y_i} - \frac{y_i e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})} - (e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2}{(1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})})^2} \right\} = 0$$

Penaksiran parameter β secara manual mengalami kesulitan karena hasilnya tidak eksak. Dengan demikian, penentuannya dilakukan menggunakan metode Newton Raphson dengan bantuan *software* statistika. Setelah penaksiran parameter selesai, estimasi model GPR-nya adalah:

$$\hat{y}_i = x_i^T \beta$$

Deskripsi Statistik

Deskripsi statistik bertujuan untuk mengetahui karakteristik dari masing-masing variabel. Setiap variabel dideskripsikan dengan menggunakan banyaknya data, nilai minimum, nilai maksimum, nilai rata-rata, standar deviasi dan variansi sebagaimana Tabel 1.

TABEL 1. Deskripsi Statistik Kasus Pengangguran bagi Penduduk Usia Kerja di Provinsi Sulawesi Selatan

Variabel	N	Min	Max	Mean	Std. Deviasi	Variansi
Y	24	1337,00	64954,00	8903,9583	12623,94328	159363943,868
X ₁	24	49,17	77,70	62,8529	6,05053	36,609
X ₂	24	62,67	81,13	68,9796	4,17840	17,459
X ₃	24	89,04	98,13	95,0829	2,30572	5,316
X ₄	24	41,00	8471,00	638,2917	1693,44112	2867742,824
X ₅	24	3,07	8,43	7,1367	1,12746	1,271

Pemodelan Angka Pengangguran bagi Penduduk Usia Kerja di Provinsi Sulawesi Selatan

Uji Multikolinearitas

Salah satu syarat yang harus dipenuhi dalam analisis regresi adalah tidak terjadi kasus multikolinieritas antarvariabel prediktor. Oleh karena itu, dilakukan uji multikolinearitas pada data yang diamati. Masalah multikolinearitas dapat dideteksi dengan melihat nilai *Tolerance* atau nilai *Variance Inflation Factor (VIF)* data yang diamati.

H_0 : Model regresi memiliki masalah multikolinieritas

H_1 : Model regresi tidak memiliki masalah multikolinieritas

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$

TABEL 2. Nilai *Tolerance* dan VIF Setiap Variabel Prediktor

Variabel	Collinearity Statistic	
	Tolerance	VIF
X_1	0,913	1,096
X_2	0,358	2,794
X_3	0,516	1,939
X_4	0,417	2,399
X_5	0,721	1,386

Kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 jika seluruh variabel prediktor memiliki $VIF < 10$ dan $Tolerance > 0,1$. Sebaliknya jika seluruh variabel prediktor memiliki $VIF > 10$ dan $Tolerance > 0,1$ maka H_0 diterima.

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh nilai *Tolerance* tiap variabel prediktor lebih besar dari 0,1 dan nilai VIF untuk tiap variabel lebih kecil dari 10. Hal ini berarti tidak ada keterkaitan hubungan antarvariabel prediktor. Dengan kata lain, tidak terjadi kasus multikolinearitas pada data yang diamati sehingga analisis data menggunakan model regresi dapat dilanjutkan.

Pemodelan Regresi Poisson

Model Regresi Poisson

Bentuk umum dari model Regresi Poisson yaitu:

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{1p}) + \varepsilon_i$$

Langkah selanjutnya yang akan dilakukan adalah memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah angka pengangguran usia kerja.

Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Untuk melakukan pemodelan, terlebih dahulu akan dicari nilai estimasi parameter $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4,$ dan β_5 . Hasil estimasi untuk masing-masing parameter β ditunjukkan pada Tabel 3.

TABEL 3. Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Estimasi	Standar Error
(Konstan)	38,6932	0,2142
β_1	-0,0200	0,0005
β_2	-0,1133	0,0011
β_3	-0,2165	0,0016
β_4	0,0003	0,0000
β_5	-0,0629	0,0033

Pengujian Parameter Model Regresi Poisson

Setelah mendapatkan hasil estimasi parameter, maka selanjutnya akan dilakukan pengujian parameter menggunakan uji Wald. Pengujian ini bertujuan untuk mendapatkan variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

$$H_0: \beta_j = 0; \quad j = 1,2, \dots,5$$

$$H_1: \beta_j \neq 0; \quad j = 1,2, \dots,5$$

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$

TABEL 4. Hasil Uji Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Wald Chi-Square
(Konstan)	32637,2
β_1	1666,69
β_2	10860,1
β_3	18030,9
β_4	30968,1
β_5	373,67

Kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 jika nilai dari uji Wald lebih besar dari nilai $X^2_{(0.05,1)}$.

Berdasarkan Tabel *Chi-square* dengan tingkat signifikansi 0,05 dan derajat bebas 1 diperoleh nilai $X^2_{(0.05,1)} = 3,8415$ sehingga dapat dijelaskan bahwa setiap variabel prediktor yang diamati memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon.

Model angka pengangguran menggunakan Regresi Poisson dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y = \exp(386932 - 0,0200x_1 - 0,1133x_2 - 0,2165x_3 + 0,0003x_4 - 0,0629x_5)$$

Uji Kesesuaian (Goodness of Fit) Model Regresi Poisson

Uji kesesuaian model digunakan untuk mengetahui apakah model Regresi Poisson sudah layak atau sesuai dengan data yang diamati atau tidak.

H_0 = Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson

H_1 = Sampel tidak berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$

TABEL 5. Kriteria Uji Kesesuaian (*Goodness of Fit*) Model Regresi Poisson

Kriteria	Db	Nilai	Nilai/Db
Deviance	18	26228,2497	1457,1250
Pearson Chi-Square	18	29857,8409	1658,7689

Kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 pada taraf signifikansi α , jika $D > \chi^2_{(18,0,05)}$.

Pada Tabel 5 diperoleh nilai Pearson Chi-Square > Deviance yaitu $1658,7689 > 1457,1250$. Hal ini berarti model yang didapatkan sudah sesuai dengan data yang diamati. Uji ini didasarkan pada seberapa sesuai frekuensi pengamatan yang diperoleh data sampel dengan frekuensi harapan yang diperoleh dari distribusinya.

Uji Asumsi Equidispersi

Pemeriksaan model Regresi Poisson dengan melakukan uji asumsi equidispersi dilakukan untuk mengecek apakah data tersebut memenuhi asumsi *equidispersi*. Asumsi *equidispersi* dapat dilihat dari nilai mean dan variansinya. Pada Tabel 1 dapat diketahui bahwa nilai mean dari variabel Y adalah 8903,9583 dengan variansi 159363943,868. Kedua kriteria tersebut bernilai lebih dari 1 yang menunjukkan terjadinya kasus *overdispersi*. Dengan demikian, asumsi *equidispersi* tidak terpenuhi.

Pemodelan GPR

Model GPR

Pemodelan GPR dilakukan sebagai tindak lanjut penanganan kasus overdispersi pada model Regresi Poisson yang sebelumnya telah didapatkan.

Estimasi Parameter GPR

Untuk melakukan pemodelan maka terlebih dahulu akan dicari nilai estimasi parameter $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4,$ dan β_5 . Hasil estimasi untuk masing-masing parameter β ditunjukkan pada Tabel 6.

TABEL 6. Hasil Estimasi Parameter Model GPR

Parameter	Estimasi	Standar Error
(Konstan)	45,3539	7,5328
β_1	-0,01166	0,01476
β_2	-0,09069	0,04010
β_3	-0,3039	0,07995
β_4	0,000174	0,000154
β_5	-0,1103	0,07216

Pengujian Parameter Model GPR

Setelah mendapatkan hasil estimasi parameter, maka selanjutnya akan dilakukan pengujian parameter menggunakan uji Wald. Pengujian ini bertujuan untuk mendapatkan variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

$$H_0: \beta_j = 0; \quad j = 1, 2, \dots, 5$$

$$H_1: \beta_j \neq 0; \quad j = 1, 2, \dots, 5$$

TABEL 7. Hasil Uji Parameter Model GPR

Parameter	Wald Chi-Square
(Konstan)	36,2507
β_1	0,624057
β_2	5,114817
β_3	14,44856
β_4	1,276607
β_5	2,336458

Kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 jika nilai dari uji Wald lebih besar dari nilai $X^2_{(0.05,1)}$

Berdasarkan Tabel *Chi-square* dengan tingkat signifikansi 0,05 dan derajat bebas 1 diperoleh nilai $X^2_{(0.05,1)} = 3,8415$ sehingga dapat dijelaskan bahwa variabel prediktor yang memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon adalah X_2 dan X_3 .

Model angka pengangguran menggunakan GPR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{y} = \exp(45,3539 - 0,01166x_1 - 0,09069x_2 - 0,3039x_3 + 0,000174x_4 - 0,1103x_5)$$

Uji Kesesuaian (Goodness of Fit) Model GPR

Sama halnya pengujian pada model Regresi Poisson, uji kesesuaian pada model GPR ini digunakan untuk mengetahui apakah model sudah layak atau sesuai dengan data yang diamati atau tidak.

Oleh karena parameter model yang telah dihasilkan dari estimasi parameter belum tentu mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap model, maka pengujian dilakukan dengan menggunakan statistik uji sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \exists \beta_j \neq 0; \quad j = 1, 2, \dots, p$$

TABEL 8. Kriteria Uji Kesesuaian (*Goodness of Fit*) Model GPR

Kriteria	Nilai
-2 Log Likelihood	443,9
AIC (smaller is better)	457,9
AICC (smaller is better)	464,9
BIC (smaller is better)	466,1

Kriteria uji yang digunakan adalah tolak H_0 apabila $G > X^2_{(7,0,05)}$ dengan ν adalah banyaknya parameter model.

Berdasarkan kriteria uji kesesuaian pada Tabel 8 diperoleh nilai $G_{hitung} = 443,9$ sedangkan berdasarkan Tabel *Chi-square* dengan tingkat signifikansi 0,05 dan derajat bebas 1 diperoleh nilai $X^2_{(7,0,05)} = 3,8415$. Dengan demikian, dapat dijelaskan bahwa nilai $G_{hitung} > X^2_{(7,0,05)}$ yang berarti bahwa model yang diperoleh telah sesuai dengan data yang ada.

Pemilihan Model Terbaik

Untuk menentukan model yang terbaik, disajikan nilai estimasi, standar error, dan kriteria model tiap variabel pada Tabel 9 berikut.

TABEL 9. Estimasi, Standar Error, dan Kriteria Model

Variabel	Regresi Poisson		GPR	
	Estimasi	SE	Estimasi	SE
(Konstan)	386932	0,2142	453539	7,5328
X_1	-0,0200	0,0005	-0,01166	0,01476
X_2	-0,01133	0,0011	-0,09069	0,04010
X_3	-0,2165	0,0016	-0,3039	0,07995
X_4	0,0003	0,0000	0,000174	0,000154
X_5	-0,629	0,0033	-0,1103	0,07216
AIC	44764,9700		472,3	
BIC	44772,0383		480,6	

Berdasarkan Tabel 9, dapat diketahui metode GPR lebih baik dari pada Regresi Poisson. Hal ini ditunjukkan oleh nilai *Standard Error* pada GPR mengalami peningkatan atau dengan kata lain *under estimate* yang terjadi pada Regresi Poisson telah diatasi, Selain itu, nilai AIC dan BIC GPR < Regresi Poisson yakni $472,3 < 44764,9700$ dan $480,6 < 44772,0383$.

KESIMPULAN

- Persamaan estimasi parameter model GPR dengan $j = 1, 2, \dots, 5$ yaitu:

$$L(\beta, \alpha; y) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}}{1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}} \right)^{y_i} \frac{(1 + \alpha y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp \left(- \frac{e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})(1 + \alpha y_i)}}{1 + \alpha e^{(\beta_0 + \sum_{j=1}^5 \beta_j x_{ij})}} \right)$$

Setelah estimasi parameter selesai, estimasi model GPR-nya adalah:

$$\hat{y}_i = x_i^T \beta$$

- Setelah melakukan analisis data dengan model Regresi Poisson, terjadi kasus *overdispersi* sehingga penelitian dilanjutkan dengan memanfaatkan model GPR dan diperoleh model sebagai berikut:

$$\hat{y} = \exp(45,3539 - 0,01166x_1 - 0,09069x_2 - 0,3039x_3 + 0,000174x_4 - 0,1103x_5)$$

Variabel prediktor yang memberikan pengaruh secara signifikan adalah variabel Indeks Pembangunan Manusia (X_2) dengan nilai parameter 0,09069 dan persentase bekerja terhadap angkatan kerja (X_3) dengan nilai parameter 0,3039.

DAFTAR PUSTAKA

- BPS. (2017). Keadaan Poisson dengan Generalized Poisson I. *Jurnal Eksponensial*, 2(2). 5-10
- Famoye, F. (1993). Restricted Generalized Poisson Regression Model Comm. *Satist.-Theor.&Math*, 22(5). 1335-1354.
- Ismunarti, D.H., R. Azizah, & R. Wasono. (2011). Analisis Regresi Poisson untuk Menjaga Hubungan Kelimpahan Makrobenthos dengan Parameter Perairan. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*. Semarang, Indonesia: Universitas Diponegoro.
- Putra, I. Y. E., Kencana, I. E., & Srinadi, I. A. (2013). Penerapan Regresi Generalized Poisson untuk Mengatasi Fenomena Overdispersi pada Kasus Regresi Poisson. *E-Jurnal Matematika Universitas Udayana Bali*, 2(2). 49-53.
- Ruliana. (2015). *Pemodelan Generalized Poisson Regression (GPR) untuk Mengatasi Pelanggaran Equidispersi pada Regresi Poisson Kasus Campak di Kota Semarang* (Skripsi). Universitas Negeri Semarang, Semarang.
- Rusianti. (2016). *Penanganan Data Overdispersi Menggunakan Regresi Poisson Tergeneralisir (Kasus Persentase Kematian Ibu Di Provinsi Sulawesi Tenggara 2012)* (Skripsi). Universitas Haluoleo, Kendari.
- Wang, W. & Famoye, F. (1997). Modeling Household Fertility Decision With Generalized Poisson Regression. *Journal of Population Economics*, 10(3). 273-283.
- Yulianingsih, K. A., Sukarsa, K. G., & Suciptawati, L. (2012). Penerapan Regresi Poisson untuk Mengetahui Faktor-faktor yang Mempengaruhi Jumlah Siswa SMA/SMK yang Tidak Lulus UN di Bali. *E-Jurnal Matematika Universitas Udayana*, 1(1). 59-63.