Journal of Mathematics, Computations, and Statistics (hal. 41 – 50)
Vol. 3. No. 1, April 2020
http://www.ojs.unm.ac.id/jmathcos

Fuzzy Linear Programming Dalam Optimalisasi Pelayanan Air Bersih Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kab. Jeneponto Menggunakan Metode Sabiha

Wahidah Sanusi[1, a)], dan Sukarna[1, b)], & Irham Aryandi Basir[1, c)]

[1]*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224*

[a)]wahidah.sanusi@unm.ac.id
[b)]sukarna@unm.ac.id
[c)]irham.basir@live.com

Abstrak. *Fuzzy linear programing merupakan pengembangan model program linear dalam menentukan nilai optimal yang mengandung bilangan fuzzy. Metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan fuzzy linear programing yaitu metode Sabiha. Penggunaan metode Sabiha didasarkan pada bilangan linear fuzzy real yang berbentuk bilangan triplet. Pada penelitian ini digunakan model Fuzzy linear programing dalam menentukan nilai optimal pelayanan PDAM Kab. Jeneponto dengan metode sabiha. Menyusun setiap indikator fungsi tujuan (Z) dan fungsi kendala untuk dioptimalkan.. Hasil penyelesaian model diperoleh nilai optimal total pelanggan 9075,999999999990. Untuk setiap variabel tujuan dengan nilai optimal 8896, 999999999990 untuk jenis pelanggan rumah tangga, 96,0000000000112 untuk jenis pelanggan sosial khusus, dan 82,9999999999982 untuk jenis pelanggan sosial umum. Dengan total pendapatan optimal Rp. 4.753.125.000 dan total permintaan air 1.082.303 m*^{3}.
Kata Kunci *: Program Linear, Fuzzy Linear Programing, Linear Fuzzy Number. Metode Sabiha, Optimalisasi.*

Abstract. *Linear fuzzy programing is advance model for linear programing to determin the optimal result that contains fuzzy numbers. Linear Fuzzy programing can be solved using Sabiha's method. Which is based on real linear fuzzy numbers in triplet numbers form. This paper used linear fuzzy programming model and Sabiha's method, to determin the optimal solution on PDAM Kab. Jeneponto's operation plan. Each indicator constructed to optimized objective function and constraint function. Results of this research have optimal solution for each objective variable was obtained with an optimal value for total costumer are 9075,999999999990 from 8896,999999999990 the type of household customer, 96,0000000000112 the type of special social customer, and 82,9999999999982 the type of public social costumer. With an optimal total revenue Rp. 4,753,125,000 and total water demand 1,082,303 m*^{3}.
Keywords: *Linear Programing, Linear Fuzzy Programing, Linear Fuzzy Number, Sabiha's Method, Optimalization.*

PENDAHULUAN

Program Linear (PL) merupakan pemodelan matematika dalam pengambilan keputusan dengan mengoptimalkan sumber daya yang ada. Untuk mendapatkan hasil PL tersebut, setiap sumber daya diubah kedalam bentuk abstrak atau simbol matematika yang mendekati keadaan sebenarnya

(Eky, Irwanto & Ratnasari, 2016). Penggunaan PL dalam optimalisasi hanya terbatas pada data yang pasti/jelas. Sehingga digunakan konsep himpunan samar (*fuzzy*) dalam pemodelan PL.

Konsep himpunan samar merupakan himpunan yang memiliki batas keanggotaan tidak pasti. Keanggotaan himpunan samar dinyatakan dalam derajat keanggotaan (George & Yuan, 1995). Penggunaan konsep himpunan samar dalam cabang ilmu matematika muncul secara eksplisit dan implisit sebagai konsep dasar. Pada kasus pengambilan keputusan himpunan samar digunakan pada model PL yang disebut sebagai *Fuzzy Linear Programing (*FLP) (Abdy, 2008).

FLP merupakan penggabungan antara konsep himpunan samar dan PL dalam pengambilan keputusan dengan koefisien yang tidak berbentuk probabilistik atau fungsi kendala yang tidak pasti (Abdullah & Abidin, 2014). FLP juga diartikan sebagai model yang digunakan untuk mencari solusi optimum fungsi objektif (Z) dengan mengoptimalkan fungsi kendala yang berbentuk himpunan samar (Kusumadewi & Purnomo, 2010). Penggunaan FLP dalam pengambilan keputusan didasarkan terhadap masalah-masalah linier yang memiliki keterkaitan dengan PL yang bersifat samar (Sabiha & Zaki. 2010).

Beberapa penelitian telah menggunakan model FLP (Abdullah & Abididn, 2014; Nurul & Gusti, 2013; Eky, dkk, 2016). Abdullah & Abidin (2014) mengunakan model FLP dalam menentukan nilai optimal produksi daging pada senbuah pabrik. Nurul & Gusti (2014) menggunakan *Fuzzy* goal programing dalam menentukan nilai optimal pelanggan pada PDAM Kota Surabaya. Adapun penelitian Eky, dkk (2016) yaitu mencari solusi dari sebuah FLP dengan bilangan *Fuzzy Linear Real (LFR)* menggunakan metode sabiha.

Metode Sabiha merupakan hasil modifikasi menggunakan teknik dua fase dengan mengubah bentuk umum matriks triplet menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Dilakukan sebelum iterasi fase pertama sampai akhir dari iterasi fase kedua (Eky, dkk, 2016). Dalam kehidupan nyata metode sabiha ini lebih mendekati pada situasi nilai optimum crisp tidak diketahui secara jelas, tetapi memiliki hasil yang optimum (Sabiha & Zaki, 2010).

Penelitian ini menggunakan model FLP dan metode Sabiha dalam menentukan nilai optimum dari fungsi objektif (Z). Kasus yang diangkat pada penelitian ini menentukan jumlah pelanggan optimal pada PDAM Kab. Jeneponto.

TINJAUAN PUSTAKA

Teori Himpunan Samar

Definisi 1 (Rogers & Yuan, 1995)

Jika terdapat himpunan A dalam himpunan Semesta *U* yang didefinisikan sebagai himpunan samar maka fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ untuk setiap $x \in U$ bilangan real, adalah nilai dalam interval [0,1], $\mu_A(x) \rightarrow [0,1]$, untuk $\mu_A(x)$ menyatakan derajat keanggotaan *x* di dalam A.

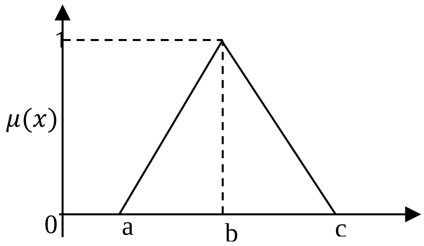
Linear Fuzzy Real Number (LFR)

Definisi 2 (Rogers & Jun, 2008)

Bilangan samar riil atau *LFR* didefinisikan sebagai triple bilangan real (*a*,*b*,*c*) dimana $a \leq b \leq c$.

a) $\mu(x) = 1$ jika x=b
b) $\mu(x) = 0$ jika $x \leq$ atau $\geq c$
c) $\mu(x) = \frac{x-a}{b-a}$ jika $a < x < b$
d) $\mu(x) = \frac{c-x}{c-b}$ jika $b < x < c$

Diasumsikan bahwa terdapat data bersifat triple bilangan rill (a, b, c) dengan $a \leq b \leq c$ sesuai Definisi 2. diartikan sebagai bilangan $LFR = \mu = \mu(a, b, c)$ yang diilustrasikan pada Gambar 1.



GAMBAR 1. Bilangan *LFR*

Operasi Bilangan *LFR*

Berikut beberapa syarat operasi perhitungan pada bilangan *LFR*.

Penjumlahan

Jika terdapat bilangan *LFR* $\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = (a_2, b_2, c_2)$, maka

$$\mu_1 + \mu_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2) \quad (1)$$

Pengurangan

Untuk operasi pengurangan adalah sebagai berikut
$\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = (a_2, b_2, c_2)$. Jika $-\mu_2(a, b, c) = \mu_2(-c, -b, -a)$ d

$$\mu_1 + \mu_2 = (a_1 - a_2, b_1 - b_2, , c_1 - c_2) \quad (2)$$

Perkalian

Diberikan bilangan *LFR* yaitu $\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = \mu(a_2, b_2, c_2)$, maka

$$\mu_1 \cdot \mu_2 = (\min\{a_1a_2, a_1c_2, a_2c_1, c_1c_2\},\ b_1b_2, \max\{a_1a_2, a_1c_2, a_2c_1, c_1c_2\}) \quad (3)$$

Jadi jika $\mu_i = (a_i, b_i, c_i)$ untuk $i = 1,2,3$, maka

$$\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 = (\min\{a_1a_2a_3, \ldots, c_1c_2c_3\}, b_1b_2b_3, \max\{a_1a_2a_3, \ldots, c_1c_2c_3\}) \quad (4)$$

Dengan demikian berlaku $\mu \cdot (1) = \mu$ untuk setiap $\mu \in LFR$.

Pembagian

Diberikan bilangan *LFR* yaitu $\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = \mu(a_2, b_2, c_2)$, maka

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \mu_1 \cdot \frac{1}{\mu_2} \quad (5)$$

Dimana,

$$\frac{1}{\mu_2} = \mu\left(\min\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right), median\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right), \max\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right)\right)$$

Dengan demikian untuk (a, b, c), jika $0 < a \leq b \leq c$ maka

$$\frac{1}{\mu} = \mu\left(\frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right) \quad (6)$$

Bentuk Umum FLP

Model FLP memiliki tiga unsur utama yaitu variabel keputusan, fungsi objektif, kendala utama. Bentuk umum model FLP (Kumar, 2010).

Fungsi tujuan

$$\max\ (or\ minimum)\ \sum_{j=1}^{n} \mu C_j X_j \quad (7)$$

Dengan fungsi kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} \mu A_{ij} X_j \leq, =, \geq \mu B_i \qquad X_1\ X_2, \ldots, X_n \geq 0 \quad (8)$$

Dimana,

X_j : Variabel keputusan

C_j : Koefisien biaya

B_i : Suku tetap kendala utama

A_{ij}: Koefisien fungsi kendala

Metode Sabiha

Metode Sabiha terdiri dari dua fase.

Fase pertama

a. Mengubah rincian teknis dari permasalahan PL ke dalam bentuk pertidaksamaan *fuzzy* dan menjadikannya sebagai pernyataan sehingga dapat diperoleh fungsi objektif dan kendala dalam bentuk *fuzzy*.
b. Mengubah setiap kendala sedemikian sehingga ruas kanan pada setiap kendala berharga non negatif. Langkah ini mengharuskan setiap kendala dengan ruas kanan yang bernilai negatif dikalikan dengan -1.
c. Mengubah setiap pertidaksamaan kendala ke dalam bentuk baku, yaitu jika kendala *i* berbentuk ≤ maka ditambahkan variabel *slack*/kelonggaran (*si*) pada ruas kiri. Jika kendala *i* berbentuk ≥ maka dikurangi variabel *excess (ei)* atau variabel *surplus* (*si*) pada ruas kiri.
d. Menambahkan variabel *artificial* (semu) yang diperlukan dari tipe masalah dengan kendala "=" atau "≥" untuk memperoleh penyelesaian basis fisibel awal.
e. Membentuk fungsi objektif baru dengan meminimumkan penjumlahan variabel semu terhadap kendala semula yang sudah dibawa ke bentuk baku dan sudah ditambah variabel semu.
   R = penjumlahan dari semua variabel semu
   $$R = \sum_{i=1}^{j} R_i \quad (9)$$
f. Memodifikasikan bentuk umum untuk disesuaikan dengan "matriks triplet", sedemikian sehingga satu matriks dari matriks triplet dipecah menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Oleh karena itu kita pisahkan (μij) = (A, B, C), dimana A = (aij), B = (bij), dan C = (cij).
g. Mencari penyelesaian basis fisibel awal dari persamaan dengan langkah iterasi [1]. Langkah iterasi memiliki tiga bagian:
   1) Menentukan *Entering Variable (EV)*, yaitu variabel yang masuk menjadi basis dengan cara mencari variabel non basis pada persamaan yang memiliki harga negatif terbesar untuk masalah maksimum dan harga positif terbesar untuk masalah minimum.
   2) Menentukan *Leaving Variable (LV)*, yaitu variabel basis yang akan keluar dengan cara membandingkan harga ruas kanan (μbi) dengan harga koefisien

pada variabel yang terpilih menjadi basis baru pada setiap persamaan ke-i (i = 1,2, … , j), yang dipilih adalah yang paling minimum. Selanjutnya perpotongan antara EV dan LV dapat disebut sebagai elemen pivot.

3) Menentukan solusi baru dengan melakukan operasi eliminasi Gauss, dengan menjadikan setiap harga pada variabel baru menjadi nol dan elemen pivot menjadi 1.

Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut positif ($R > 0$) maka PLF mempunyai solusi yang tidak fisibel sehingga mengakhiri proses

h. Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut sama dengan nol ($R = 0$) maka PLF mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase kedua.

Fase Kedua

Menggunakan solusi fisibel dari fase I yaitu penyelesaian fisibel awal (menjadi tabel awal) untuk permasalahan awal yang sesungguhnya dengan mensubstitusikan persamaan yang diperoleh dari fase I ke dalam persamaan fungsi tujuan awal sehingga diperoleh persamaan fungsi tujuan baru dengan kendalanya adalah persamaan yang diperoleh dari fase I lalu dilakukan iterasi untuk mendapatkan solusi optimal.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan menggunakan model FLP. Tujuan penelitian ini mengetahui model FLP dalam menentukan nilai optimal pelayanan air bersih PDAM Jeneponto Data yang digunakan adalah data jumlah pelanggan, data jumlah permintaan air dan data jumlah pendapatan perencanaan pelayanan PDAM Jeneponto tahun 2017. Variabel keputusan yang digunakan adalah jenis pelanggan Rumah Tangga (X_1), Sosial Umum (X_2) dan Sosial Khusus (X_3).

Metode yang digunakan yaitu metode Sabiha yang terdiri dari dua fase. Fase pertama yaitu membentuk model FLP, mengubah FLP kedalam bentuk baku, menentukan fungsi tujuan semu, membentuk tabel simpleks setiap fungsi kedala FLP dengan fungsi tujuan semua. Fase kedua yaitu menjadikan solusi pada tabel simpleks akhir fase pertama, sebagai tabel simpleks awal pada fase kedua dengan menggunakan fungsi tujuan awal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data Penelitian

Data jumlah pelanggan, jumlah permintaan air, dan jumlah pendapatan penjualan air bersih untuk kurun waktu Januari hingga Desember 2017 dari empat wilayah operasional PDAM Kab. Jeneponto yang dapat dilihat pada Tabel 1.

TABEL 1. Data Permintaan, Pendapatam dan Jumlah Pelanggan tahun 2017

Jenis Pelanggan	Permintaan Air	Pendapatan	Jumlah Pelanggan
X_1	1048582	4651970375	8897
X_2	13152	46515625	96
X_3	20569	54639000	83
Total	**1082303**	**4753125000**	**9076**

Sumber: PDAM Kab. Jeneponto

Tabel 1 merupakan data yang digunakan sebagai acuan dalam menentukan koefesien dari FLP. Digunakan juga sebagai acuan dalam menentuka nilai maksumum dan minimum yang dapat diliha pada Tabel 2.

TABEL 2. Nilai Minimum dan Maksimum Permintaan Air, Pendapatan dan Jumlah Pelanggan Setiap Variabel

Jenis Pelanggan	**Permintaan Air Minimum**	**Permintaan Air Maksimum**
X_1	769368	1182924
X_2	10500	15072
X_3	15336	22944
Total	**795204**	**1220940**
Jenis Pelanggan	**Pendapatan Minimum**	**Pendapatan Maksimum**
X_1	3428178000	5321121000
X_2	35119500	54912000
X_3	41745600	60933600
Total	**795204**	**1220940**
Jenis Pelanggan	**Jumlah Pelanggan Minimum**	**Jumlah Pelanggan Maksimum**
X_1	8897	8897
X_2	96	96
X_3	83	83
Total	**9076**	**9076**

Nilai minimum dan maksimum pada Tabel 2 digunakan untuk menentukan batas bawah dan batas atas sesuai dengan definisi 2. Selanjutnya digunakan sebagai koefisien dari FLP

Koefisien FLP

Berdasarkan nilai minimum dan maksimum pada Tabel 2 dan memperhatikan Definisi 2 maka diperoleh koefisien FLP sesuai dengan Tabel 3.

TABEL 3. Koefesien Fungsi Kendala FLP

Permintaan Air			
$\mathbf{X}_j$	**A**	**B**	**C**
X_1	86,4750	117,8579	132,9576
X_2	109,3750	137	157
X_3	184,7711	247,8193	276,4337
Penjualan Air			
$\mathbf{X}_j$	**A**	**B**	**C**
X_1	385318,4219	522869,5487	598080,3642
X_2	365828,1250	484537,7604	572000
X_3	502959,0361	658301,2048	734139,7590
Jumlah Pelanggan			
$\mathbf{X}_j$	**A**	**B**	**C**
X_1	1	1	1
X_2	1	1	1
X_3	1	1	1

Tabel 3 merupakan koefisen-koefisien yang digunakan dalam model FLP yang telah terbagi kedalam tiga bilangan tirplet A, B, dan C. Ketiga bilangan triplet ini diperoleh dengan membagi setiap indikator variabel pada Tabel 1 dan Tabel 2 terhadap nilai jumlah pelanggan. Proses selanjutnya mengukuti langkah-langkah prosedur dari optimalisasi FLP menggunakan metode Sabiha.

Prosedur Optimalisasi FLP Menggunakan Metode Sabiha

Membentuk model FLP dengan menggunakan koefisien pada Tabel 3 sehingga diperoleh fungsi objektif/tujuan dengan mengusahakan semaksimal mungkin jumlah pelanggan untuk setiap variabel keputusan

Fungsi tujuan

$$\text{Maksimum}: \; Z = \mu X_1 + \mu X_2 + \mu X_3 \tag{10}$$

Dengan Fungsi kendala

$\mu(86.4750 , 117.8679 , 132.9576)X_1 + \mu(109.3750 , 137 , 157)X_2 +$
$\mu(184.7711 , 247.8193 , 276.4337)X_3 = \mu(795204 , 1082303 , 1220940)$

$(385318.4219 , 522869.5487 , 598080{,}3642)X_1 + \mu(365828.1250 , 484537{,}7604 , 572000)X_2 +$
$\mu(502959.0361 , 658301.2048 , 734139.7590)X_3 = \mu(350543100 , 4753125000 , 5436966600)$

$\mu(1 , 1 , 1)X_1 + \mu(1 , 1 , 1)X_2 + \mu(1 , 1 , 1)X_3 = \mu(9076 , 9076 , 9076)$

Model umum FLP selanjutnya akan dibentuk kedalam model FLP baku dengan menambahkan variabel Semu untuk setiap fungsi kendala.

Bentuk Baku FLP

Berdasarkan bentuk umum FLP yang telah dibuat maka setiap fungsi kendala diubah ke dalam bentuk baku, yaitu jika kendala berbentuk ≤ maka ditambahkan variable *slack* (*si*) pada ruas kiri. Jika kendala berbentuk ≥ maka dikurangi variabel *excess (ei)* atau variabel *surplus* (*si*) pada ruas kiri, serta Menambahkan variabel *artificial* (semu) (R_i) yang diperlukan dari tipe masalah dengan kendala "=" atau "≥" untuk memperoleh penyelesaian basis.

$\mu(86.4750 , 117.8679 , 132.9576)X_1 + \mu(109.3750 , 137 , 157)X_2 +$
$\mu(184.7711 , 247.8193 , 276.4337)X_3 + R_1 = \mu(795204 , 1082303 , 1220940)$

$(385318.4219 , 522869.5487 , 598080{,}3642)X_1 + \mu(365828.1250 , 484537{,}7604 , 572000)X_2$
$+ \mu(502959.0361 , 658301.2048 , 734139.7590)X_3 + R_2 = \mu(350543100 , 4753125000 , 5436966600)$

$\mu(1 , 1 , 1)X_1 + \mu(1 , 1 , 1)X_2 + \mu(1 , 1 , 1)X_3 + R_3 = \mu(9076 , 9076 , 9076)$

Membentuk Fungsi Tujuan Semu (R)

Membentuk fungsi objektif/tujuan baru dengan memaksimalkan penjumlahan variabel semu terhadap kendala semula yang sudah dibawa ke bentuk baku dan sudah ditambah variabel semu (1). Karena pada penelitian yang dilakukan adalah memaksimalkan pelayanan maka bentuk baru fungsi tujuan dengan melakukan penguranan dari setiap variabel semu.

$$R = \sum_{i=1}^{j} -R_i \tag{11}$$

$$R = -R_1 - R_2 - R_3 \tag{12}$$

Sehingga, dengan merujuk prinsip operasi penguranga pada bilangan LFR diperoleh:

$$R = -(\mu(795204\,,1082303\,,1220940) - \mu(86.4750\,,117.8679\,,132.9576)X_1 - \mu(109.3750\,,137\,,157)X_2 - \mu(184.7711\,,247.8193\,,276.4337)X_3) - (\mu(350543100\,,4753125000\,,5436966600) - (385318.4219\,,522869.5487\,,598080{,}3642)X_1 - \mu(365828.1250\,,484537{,}7604\,,572000)X_2 - \mu(502959.0361\,,658301.2048\,,734139.7590)X_3) - (\mu(9076\,,9076\,,9076) - \mu(1\,,1\,,1)X_1 - \mu(1\,,1\,,1)X_2 - \mu(1\,,1\,,1)X_3)$$

$$R = -\mu(3505847380, 4754216379\,,5438196616) + \mu(385405.8969\,,522988.4067\,,598214.3218)X_1 + \mu(365938{,}5\,,484675.7604\,,572158\,)X_2 + \mu(503144.8072\,,658550.0241\,,734417.1928)X_3$$

$$\mu(385405.8969\,,522988.4067\,,598214.3218)X_1 + \mu(365938{,}5\,,484675.7604\,,572158\,)X_2 + \mu(503144.8072\,,658550.0241\,,734417.1928)X_3 + R = -\mu(3505847380, 4754216379\,,5438196616)$$

Tabel Simpleks Metode Sabiha

TABEL 4. Nilai Simpleks awal metode Sabiha Fase I

		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
	R	-385405,8969	-365938,5	-503144,8072	0	0	0	-3505847380
	R_1	86,4750	109,3750	184,7711	1	0	0	795204
A	**R_2**	385318,4219	365828,1250	502959,0361	0	1	0	3505043100
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076
		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
	R	-522988,4067	-484675,7604	-658550,0241	0	0	0	-4754216379
	R_1	117,8579	137	247,8193	1	0	0	1082303
B	**R_2**	522869,5487	484537,7604	658301,2048	0	1	0	4753125000
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076
		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
	R	-598214,3218	-572158	-734417,1928	0	0	0	-5438196616
	R_1	132,9576	157	276,4337	1	0	0	1220940
C	**R_2**	598080,3642	572000	734139,759	0	1	0	5436966600
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076

Tabel 4 merupakan modifikasi bntuk baku FLP kedalam tabel simpleks. Mengubah matriks triplet menjadi tiga matriks *single* (tunggal) sesuai aturan metode sabiha. Oleh karena itu untuk setiap (μij) = (A, B, C), diubah menjadi   = (aij), B = (bij), dan C = (cij)

TABEL 5. Tabel Simpleks Iterasi 1 Fase I

		μ X1	**μ X2**	**μ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**μBi**	**Rasio**
	R	-385405.8969	-365938.5	-503144.8072	0	0	0	-3505847380	6967,869547
A	**R1***	86.4750	109.3750	184.7711**	1	0	0	795204	4303,725352
	R2	385318.4219	365828.1250	502959.0361	0	1	0	3505043100	6968,844077
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076
		μ X1	**μ X2**	**μ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**μBi**	**Rasio**
	R	-522988,4067	-484675,7604	-658550,0241	0	0	0	-4754216379	6967,869547
B	**R1***	117,8579	137	247,8193**	1	0	0	1082303	4303,725352
	R2	522869,5487	484537,7604	658301,2048	0	1	0	4753125000	6968,844077
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076
		μ X1	**μ X2**	**μ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**μBi**	**Rasio**
	R	-598214,3218	-572158	-734417,1928	0	0	0	-5438196616	7404,778469
C	**R1***	132,9576	157	276,4337**	1	0	0	1220940	4416,754707
	R2	598080,3642	572000	734139,759	0	1	0	5436966600	7405,901306
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076

Tabel 5 yaitu menentukan *Entering Variable (EV)* dan *Leaving Variable (LV)* untuk menemukan variabel yang sama yaitu µ X3. LV untuk setiap matriks tunggal A, B dan C berada pada variabel R1. Elemen pivot iterasi pertama berada pada irisan antara EV dan LV.

TABEL 6. Tabel Simpleks Iterasi 3 Fase I

		µ X1	µ X2	µ X3	R1	R2	R3	µBi	Rasio
A	R	0	0	0	1	1	1	0,000001193944	
	µ X3	0	0	1	0,0042	0	-2,2798	83,000000000012	
	µ X1	1	0	0	-0,0297	0	-2,7297	8897,000000000050	
	µ X2	0	1	0	0,0255	0	6,0095	95,999999999933	
		µ X1	µ X2	µ X3	R1	R2	R3	µBi	Rasio
B	R	0	0	0	1	1	1	-0,000000325492	
	µ X3	0	0	1	0,0051	0	-1,9179	82,9999999999982	
	µ X1	1	0	0	-0,0229	0	-3,9464	8896,999999999970	
	µ X2	0	1	0	0,0179	0	6,8643	96,000000000036	
		µ X1	µ X2	µ X3	R1	R2	R3	µBi	R asio
C	R	0	0	0	1	1	1	-0,000001309438	
	µ X3	0	0	1	0,0037	0	-2,5448	82,999999999997	
	µ X1	1	0	0	-0,0231	0	-6,1114	8896,999999999990	
	µ X2	0	1	0	0,0194	0	9,6562	96,0000000000112	

Solusi pada iterasi ketiga menunjukkan nilai otpimal dari fungsi tujuan sama dengan nol (R = 0) untuk setiap matriks tunggal A, B dan C. FLP mempunyai hasil yang visibel dan dapat dilanjutkan pada fase kedua. Nilai optimal pada fase pertama menjadi tabel awal pada fase kedua dengan fungsi objektif yang sebenarnya (Z). Tabel 6 terlihat bahwa keadaan sudah optimal sehingga tidak perlu dilakukan iterasi lagi dan sudah diperoleh nilai berikut:

$$\mu\ X_1 = (8896{,}999999999970 \quad 8896{,}999999999990 \quad 8897{,}000000000050)$$
$$\mu\ X_2 = (95{,}999999999933 \quad 96{,}0000000000112 \quad 96{,}000000000036)$$
$$\mu\ X_3 = (82{,}999999999997 \quad 82{,}9999999999982 \quad 83{,}000000000012)$$

dengan nilai optimum crisp/pasti berdasarkan bilangan LFR/Z adalah

$$\mu\ X_1 \in (8896{,}999999999990),$$
$$\mu\ X_2 \in (96{,}0000000000112),$$
$$\mu\ X_3 \in (82{,}999999999998),$$

selanjutnya nilai µ X_1, µ X_2, µ X_3 disubtitusikan kedalam fungsi tujuan awal Z sehingga diperoleh

$$Z = \mu\,(9075{,}999999999890\ ,9075.9999999999994, 9076{,}000000000100)$$

dan nilai crisp/pasti berdasarkan LFR/Z ∈ (9075.9999999999994).

TABEL 7. Hasil Perhitungan Pencapaian Jumlah Pelanggan Air Bersih

No	Variabel	Deskripsi	Jumlah Pelanggan	Realisasi Perhitungan	Persentase Pencapaian (%)
1	$\mu\ X_1$	Rumah Tangga	8897	8896,999999999990	100,00000000001%
2	$\mu\ X_2$	Sosial Khusus	96	96,0000000000112	99,9999999999884%
3	$\mu\ X_3$	Sosial Umum	83	82,9999999999982	100,000000000002%

Tabel 7 menunjukkan seluruh variabel sasaran optimasi pelayanan air bersih tercapai. Secara persentase masih terjadi peningkatan dan penurunan pencapaian terlihat hanya jenis pelanggan Rumah Tangga dan Sosial Khusus yang mencapai nilai 100%.

KESIMPULAN

Penelitian menggunakan FLP dalam menentukan nilai optimum perencanaan pelayanan air bersih PDAM Kab. Jeneponto. Data diubah kedalam bentuk *fuzzy* dengan menggunkan prinsip LFR. Memodelkan setiap data dalam bentuk FLP. Memodifikasi FLP kebentuk Tabel Simpleks. Menentutukan solusi menggunkanan metode Sabiha.

Hasil yang diperoleh dalam pengoptimalan pelayanan PDAM Kab. Jeneponto yaitu

$$Z = \mu\ (9075{,}999999999890\ ,9075.9999999999994,\ 9076{,}000000000100).$$

Dalam bentuk LFR/Z bernilai 9075.9999999999994. Sehingga untuk mendapatkan pendapatan Rp 4.753.125.000 dari jumlah permintaan air sebesar 1.082.303 m^3 PDAM Jeneponto hanya membutuhkan 9075.9999999999994 unit jumlah pelanggan.

DAFTAR PUSTAKA

Abdullah, L., & Abidin, H. (2014). A Fuzzy Liniear Programming in Optimizing Meat Production. *International Journal of Engineering and Technology, 6.*

Abdy, M. (2008). *Dasar-Dasar Teori Himpunan Kabur dan Logika Kabur*. Makassar: Badan Penerbit UNM

Eky, Irawanto., & Ratnasari. (2016). Penyelesaian Masalah Program Linier Fuzzy dengan Bilangan Fuzzy Linear Real Menggunakan Metode Sabiha. *Jurnal Matematika, (3).*

Georg, J. K., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets And Fuzzy Logic - Theory and Application*. New Jersey: Prectice Hall PTR.

Kumar, A. (2010). Fuzzy Optimal Solution of Fully Fuzzy Linear Problems with Inequality Constraints.” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences 6*. 1.

Kusumadewi, S., & Purnomo, H. (2010). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Nurul,. & Gusti. (2013). Optimasi Jumlah Pelanggan Perusahaan Daerah Air Minum Surya Sembada Kota Surabaya Berdasarkan Jenis Pelanggan Dengan Metode Fuzzy Goal Programming. *Jurnal Sains dan Seni POMITS. 1(1).*

PDAM Kab. Jeneponto. (2017). *Data Perencanaan Pelayanan PDAM 2017.* Jeneponto: PDAM Kab. Jeneponto

Rogers, F. N., & Jun, J. Y. (2008). Method for Optimizing Linear Problems with Fuzzy Constraints. *International Mathematical Forum*. *3(23).*

Sabiha, J. F., & Zaki, S. T.(2010) Proposed Method for Optimizing Fuzzy Linear Programming Problems by Using Two-Phase Technique. *Iraq J. Electrical and Electronic Engineering. 6(2).*