Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hasil Panen Padi dengan Metode Adam Bashforth-Moulton (ABM)

Syafruddin Side¹, Maya Sari Wahyuni¹, dan Arifuddin R^{1,a)}

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224

a) arhiebangkan@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini menerapkan metode Adam Bashforth-Moulton untuk menentukan solusi model Verhulst. Bentuk solusi yang diperoleh adalah estimasi hasil panen padi di Kabupaten Gowa dengan menggunakan persamaan berikut $\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$. Persamaan model Verhulst terlebih dahulu diselesaikan dengan metode Runge-Kutta orde-4 untuk mendapatkan solusi awal $P_1 = 211269,46966$; $P_2 = 220947,1714418$; dan $P_3 = 230804,9723224$. Selanjutnya nilai awal disubstitusi pada persamaan Adam-Bashforth orde-4 untuk mendapatkan nilai prediksi, kemudian nilai prediksi yang diperoleh diperbaiki menggunakan persamaan korektor Adam Moulton orde-4. Pada iterasi ke-14 yaitu saat t_n menunjukkan tahun 2021 diperoleh nilai prediktor $P_{14}^{(10)} = 344701,8639$ dan nilai korektor $P_{14}^{(11)} = 344701,95307$ sehingga estimasi hasil panen padi di Kabupaten Gowa pada tahun 2021 dengan menggunakan metode Adam Bashforth-Moulton saat $n = 14$ adalah $P = 344701,95307$ ton.

Kata Kunci: Model Verhulst, Metode Runge-Kutta, Metode Adam Bashforth-Moulton

Abstract. This research applied Adam Bashforth-Moulton Method to determine the solution of Verhulst Model. The form of the solution obtained is estimation of rice harvest in Gowa Regency by using the following equation $\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$. Verhulst model equation firstly solved by using 4th order of Runge-Kutta method to get initial solutions of $P_1 = 211269,46966$; $P_2 = 220947,1714418$; and $P_3 = 230804,9723224$. Furthermore, the initial values substituted on the 4th order of Adam-Bashforth equation to get the prediction value, then the prediction value obtained was corrected using the corrector equation of 4th order of Adam Moulton. On the 14th iteration that is when t_n shows the year of 2021 retrieved the predictor value of $P_{14}^{(10)} = 344701,8639$ and corrector value of $P_{14}^{(11)} = 344701,95307$ so estimation of rice harvests in Gowa Regency in 2021 by using Adam Bashforth-Moulton method when $n = 14$ is $P = 344701,95307$ ton.

Keywords: Verhulst Model, Runge-Kutta Method, Adam Bashforth-Moulton

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial merupakan salah satu bagian dari matematika yang sangat erat hubungannya dengan kehidupan sehari-hari. Banyak masalah dalam bidang teknik, kesehatan, dan ilmu pengetahuan alam yang dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan diferensial (Side, Hidri, & Jafaruddin, 2015). Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan satu atau beberapa fungsi yang tak diketahui. Berdasarkan banyaknya variabel bebas persamaan diferensial dibedakan menjadi dua yaitu, persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Namun berdasarkan sifat kelinearannya persamaan diferensial terbagi menjadi dua

yaitu, persamaan diferensial linear dan nonlinear. Banyak fenomena alam yang dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan diferensial misalnya, peluruhan zat radioaktif, hukum Newton tentang gerak, model logistik menurut Verhulst, dan lain-lain. Menurut Nurman & Abdullah (2017), model logistik menurut Verhulst adalah persamaan diferensial biasa nonlinear.

Model logistik adalah model dalam bentuk persamaan diferensial nonlinear yang menggambarkan pertumbuhan populasi. Pertumbuhan populasi merupakan suatu proses yang bersifat kontinu. Terdapat beberapa macam model pertumbuhan populasi yang kontinu diantaranya model populasi eksponensial dan model populasi logistik (Nuraeni, 2017). Suatu persamaan diferensial dapat diselesaikan secara analitik atau secara numerik. Sebagian besar persamaan diferensial nonlinear sulit ditemukan solusinya secara analitik, sehingga penyelesaian secara numerik dapat digunakan untuk memperoleh solusi persamaan diferensial nonlinear tersebut. Solusi yang diperoleh dari metode numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan dari solusi analitiknya, sehingga solusi numerik tersebut memuat nilai kesalahan (Apriadi, dkk, 2014).

Metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa terbagi atas dua metode, yaitu metode one-step (satu langkah) dan metode multi-step (banyak langkah). Dalam memperoleh solusi menggunakan metode one-step, dibutuhkan sebuah nilai awal, sedangkan dalam metode multi-step dibutuhkan beberapa solusi awal yang dapat diperoleh dari metode one-step. Salah satu metode satu langkah yang sering digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial adalah metode Runge-Kutta. Metode multi-step biasa disebut sebagai metode prediktor-korektor karena dalam penyelesaiannya digunakan persamaan prediktor dan persamaan korektor, salah satu metode multi-step adalah metode Adams-Bashforth-Moulton. Metode Adams-Bashforth-Moulton dapat digunakan tanpa harus mencari turunan-turunan fungsinya terlebih dahulu, melainkan langsung menggunakan persamaan prediktor-korektor. Hal ini dikarenakan turunan suatu fungsi tidak dapat diperoleh menggunakan metode numerik (Djojodjiharjo, 2000).

Beberapa peneliti telah mengkaji permasalahan tersebut, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Hanifah (2013) membahas mengenai analisis model getaran pegas teredam dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton dan Runge-Kutta. Nuraeni (2017) membahas mengenai aplikasi persamaan diferensial dalam mencari estimasi jumlah populasi. Kuzairi, dkk (2016) membahas mengenai aplikasi metode Adams Bashforth-Moulton (ABM) pada model penyakit kanker. Apriadi, dkk (2014) membahas mengenai penyelesaian persamaan bandul sederhana dengan metode Adams-Bashforth-Moulton. Persamaan bandul sederhana merupakan persamaan diferensial nonlinear orde dua sehingga persamaan tersebut harus direduksi menjadi sistem yang terdiri dari dua persamaan diferensial orde satu agar dapat diselesaikan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde-4.

Oleh karena itu, pada artikel ini dibahas mengenai solusi numerik model Verhulst yang juga merupakan persamaan diferensial nonlinear untuk mencari estimasi hasil panen padi di Kabupaten Gowa dengan menggunakan metode Adam Bashforth-Moulton (ABM) orde-4. Menurut Apriadi, dkk (2014), metode Adam Bashforth-Moulton orde memberikan solusi yang cukup akurat dalam penyelesaian masalah nilai awal persamaan diferensial biasa non linear.

Persamaan Diferensial Biasa Linear

Persamaan diferensial biasa linear memiliki bentuk umum sebagaimana pada persamaan (1).

$$a_n(t) \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \quad (1)$$

dengan $a_n \neq 0$, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi $f(t)$ disebut input atau unsur nonhomogen. Jika $f(t)$ disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial $x(t)$ biasanya disebut *output*. Jika ruas sebelah kanan $f(t)$ bernilai nol untuk semua nilai t

dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan nonhomogen.

Model Verhulst

Model ini pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan dan juga seorang ahli biologi berkebangsaan Belanda, yaitu Pierre Verhulst pada tahun 1838. Pada model ini jumlah populasi dipengaruhi oleh lingkungan seperti persediaan makanan. Model logistik mengasumsikan bahwa pada waktu tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (equilibrium). Pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama sehingga grafiknya mendekati konstan. Persamaan (2) merupakan bentuk sederhana untuk laju pertumbuhan relatif yang mengakomodasi.

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = k \left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (2)$$

apabila persamaan (2) dikalikan P diperoleh persamaan (3) yaitu model untuk pertumbuhan populasi yang dikenal sebagai persamaan diferensial logistik

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (3)$$

Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode ini ditemukan oleh matematikawan asal Jerman, Carl Runge (1856-1927) dan Wilhelm Kutta (1867-1944). Dasar pemikiran dari metode ini adalah untuk mempertahankan hampiran Taylor, tetapi di dalam penyelesaian PDB dengan metode Taylor tidak praktis karena metode tersebut membutuhkan perhitungan turunan $f(x, y)$ (Asmah, 2004).

Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagaimana persamaan (4) (Putri, 2013).

$$y_{r+1} = y_r + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4)$$

dengan

$$k_1 = hf(x_r, y_r)$$

$$k_2 = hf\left(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = hf(x_r + h, y_r + k_3)$$

Selain mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya, metode ini juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kesalahan pembulatannya kecil.

Metode Adam Bashforth-Moulton

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adam Bashforth-Moulton adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linear orde satu $y' = f(x, y)$ dan nilai awal $y(x_0) = y_0$ yang diketahui. Metode Adam Bashforth-Moulton melibatkan dua langkah, yaitu langkah pertama prediksi dan langkah kedua adalah koreksi. Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adam Bashforth-moulton

orde empat dapat diperoleh dari metode satu langkah (one-step method), misalnya metode Runge-Kutta (Apriadi, dkk., 2014).

Tinjau PDB orde satu

$$y' = f(x, y(x)) \quad (5)$$

Jika kedua ruas persamaan (5) diintegrasikan dari x_n sampai x_{n+1}

$$\begin{aligned} \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{dy}{dx} dx &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} y' = f(x, y(x)) dx \\ y(x)|_{x_n}^{x_{n+1}} &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx \\ y(x_{n+1}) - y(x_n) &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx \\ y_{n+1} &= y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx \end{aligned}$$

Rumus prediktor (y_{n+1}^p) diperoleh dengan substitusi interpolasi arah mundur Newton derajat-3 untuk $y' = f(x, y(x))$ yang terdefinisi pada titik-titik x_n, x_{n-1}, x_{n-2} . Jika dinotasikan $f(x_{n+i}, y(x_{n+i})) = f_{n+i}$ dan digunakan $\nabla^k f_{n+i}$ sebagai bentuk operasi selisih mundur derajat- k dari fungsi f_{n+i} , maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$y_{n+1}^p = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left[f_n + \frac{\nabla f_n}{1!h} (x - x_n) + \frac{\nabla^2 f_n}{2!h^2} (x - x_n)(x - x_{n-1}) + \frac{\nabla^3 f_n}{3!h^3} (x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) \right] dx \quad (6)$$

Apabila persamaan (6) disederhanakan dan diselesaikan dengan integrasi maka diperoleh persamaan (7) dan (8) yaitu persamaan prediktor dan korektor Adam Bashforth-Moulton orde-4 sebagai berikut,

$$y_{n+1}^p = y_n + \frac{h}{24} (55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}) \quad (7)$$

$$y_{n+1}^c = y_n + \frac{h}{24} (9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}) \quad (8)$$

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan, dilakukan pada bulan Desember 2017 – Februari 2018, data yang digunakan adalah data hasil panen padi sawah yang diperoleh dari kantor BPS Kabupaten Gowa. Pada penelitian ini diterapkan model Verhulst untuk memperoleh estimasi pertumbuhan hasil panen padi di Kabupaten Gowa menggunakan metode numerik Adam Bashforth-Moulton (ABM) orde-4.

TABEL 1. Data Hasil Panen Padi Sawah Kab. Gowa

No.	Tahun	Data (Ton)
1	2007	201790
2	2008	216580
3	2009	247002
4	2010	265848
5	2011	218154
6	2012	266059
7	2013	304766
8	2014	309909
9	2015	292156

HASIL PENELITIAN

Mencari Nilai Awal Model Verhulst Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde-4

Tabel 1 merupakan data hasil panen padi di Kabupaten Gowa menurut Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2007-2015.

Untuk mencari nilai awal menggunakan metode Runge-Kutta orde-4 persamaan yang digunakan adalah persamaan (9),

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (9)$$

Nilai k (laju pertumbuhan) dapat ditentukan menggunakan persamaan (10) (Uce, dkk, 2017)

$$P = P_0 e^{kt} \quad (10)$$

$$k = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{P}{P_0} \right)$$

$$k = \frac{1}{1} \ln \left(\frac{216580}{201790} \right) \approx 0,07$$

Sedangkan K adalah kapasitas tampung, nilai K dapat diperoleh dengan cara *trial and error* yaitu mensubstitusikan perkiraan nilai K kedalam model Verhulst (Iswanto, 2012). Karena jumlah hasil panen padi di Kabupaten Gowa sejak tahun 2007-2015 masih berada dibawah 600000 ton, maka diasumsikan nilai kapasitas tampungnya yaitu $K = 600000$. Jika nilai k dan K disubstitusi ke persamaan (9) maka diperoleh persamaan (11).

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

$$\frac{dP}{dt} = 0,07P \left(1 - \frac{P}{600000}\right) \quad (11)$$

Berikut hasil nilai awal P_1 , P_2 , dan P_3 yang diperoleh dari metode Runge-Kutta orde-4 pada interval $[1,15]$ dengan ukuran langkah $h = 1$ dan $P_0 = 201790$.

TABEL 2. Solusi Awal Menggunakan Metode Runge-Kutta

n	t_n	$h=1$	
		P_n	$f(t, P) = 0,07P \left(1 - \frac{P}{600000}\right)$
0	1	201790	9374,726188
1	2	211269,4696648	9581,470848
2	3	220947,1714418	9770,909201
3	4	230804,9723224	9941,405617

Solusi Model Verhulst Menggunakan Metode Adam Bashforth-Moulton Orde-4 Pada Estimasi Hasil Padi di Kabupaten Gowa

Setelah diperoleh nilai awal, selanjutnya dicari solusi numerik yang merupakan estimasi hasil panen padi menggunakan metode Adam Bashforth-Moulton orde-4. Nilai-nilai P_1 , P_2 , dan P_3 serta nilai $f_n(t_n, P_n)$ disubstitusikan ke persamaan Adam-Bashforth.

Untuk $n = 3$ dan $P_3 = 230804,9723224$ diperoleh,

$$P_{n+1}^{(0)} = P_n + \frac{h}{24} (55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$$

$$P_4^{(0)} = P_3 + \frac{h}{24} (55f_3 - 59f_2 + 37f_1 - 9f_0)$$

$$= 240823,1203$$

Selanjutnya dicari nilai $f_4^{(0)}$,

$$f_4^{(0)} = f(t_4, P_4^{(0)}) = 10091,445$$

TABEL 3. Solusi Model Verhulst Menggunakan Metode Adam Bashforth-Moulton Orde-4

n	t_n	$h=1$		Galat Relatif
		$P_n^{(0)}$	P_n	
0	1		201790	
1	2		211269,46966	
2	3		220947,17144	
3	4		230804,97232	
4	5	240823,12031	240823,16538	$1,87131 \times 10^{-7}$
5	6	250980,53731	250980,59355	$2,24049 \times 10^{-7}$
6	7	261254,75744	261254,82203	$2,47214 \times 10^{-7}$
7	8	271622,24517	271622,31922	$2,72608 \times 10^{-7}$
8	9	282058,58346	282058,66477	$2,88243 \times 10^{-7}$
9	10	292538,68718	292538,77435	$2,97949 \times 10^{-7}$
10	11	303037,04676	303037,13814	$3,01534 \times 10^{-7}$
11	12	313527,97435	313528,06808	$2,98915 \times 10^{-7}$
12	13	323985,85455	323985,94869	$2,90539 \times 10^{-7}$
13	14	334385,39396	334385,48656	$2,76909 \times 10^{-7}$
14	15	344701,86391	344701,95307	$2,58669 \times 10^{-7}$

TABEL 4. Estimasi Hasil Panen Padi

n	Tahun	$h=1$		Data (ton)
		$P_n^{(0)}$	P_n (ton)	
0	2007		201790	201790
1	2008		211269,46966	216580
2	2009		220947,17144	247002
3	2010		230804,97232	265848
4	2011	240823,12031	240823,16538	218154
5	2012	250980,53731	250980,59355	266059
6	2013	261254,75744	261254,82203	304766
7	2014	271622,24517	271622,31922	309909
8	2015	282058,58346	282058,66477	292156
9	2016	292538,68718	292538,77435	
10	2017	303037,04676	303037,13814	
11	2018	313527,97435	313528,06808	
12	2019	323985,85455	323985,94869	
13	2020	334385,39396	334385,48656	
14	2021	344701,86391	344701,95307	

Nilai prediktor selanjutnya diperbaiki menggunakan persamaan korektor yaitu persamaan Adam Bashforth-Moulton orde-4.

$$P_{n+1}^{(k)} = P_n + \frac{h}{24}(9f(t_{n+1}, P_{n+1}^{(k-1)}) + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$$

$$P_4^{(1)} = P_3 + \frac{h}{24}(9f(t_4, P_4^{(0)}) + 19f_3 - 5f_2 + f_1)$$

$$P_4^{(1)} = 240823,1654.$$

Nilai prediktor dan korektor selanjutnya digunakan untuk mencari galat relatif,

$$\frac{|P_4^{(1)} - P_4^{(0)}|}{|P_4^{(1)}|} = \frac{|240823,1654 - 240823,1203|}{|240823,1654|} = 1,87131 \times 10^{-7},$$

dari hasil tersebut terlihat bahwa galat relatif lebih kecil dari kriteria pemberhentian $\varepsilon = 5 \times 10^{-7}$, maka iterasi dilanjutkan sampai iterasi ke-15 sehingga diperoleh Tabel 3. Semua solusi numerik pada Tabel 3 telah memenuhi kriteria pemberhentian $\varepsilon = 5 \times 10^{-7}$. Terlihat bahwa semakin bertambahnya tahun jumlah hasil panen padi sawah di kabupaten Gowa semakin meningkat.

Nilai P_n untuk $n = 4$ sampai 14 pada Tabel 3 merupakan nilai korektor Adam-Moulton yang menyatakan solusi model Verhulst berbentuk estimasi hasil panen padi. Selanjutnya pada Tabel 4 dapat dilihat perbandingan solusi estimasi hasil panen dari model Verhulst menggunakan metode Adam Bashforth-Moulton orde-4 dengan data yang sebenarnya mulai pada $n = 4$ sampai $n = 8$.

KESIMPULAN

Metode adam Bashforth-Moulton (ABM) pada persamaan logistik dalam memprediksi (estimasi) pertumbuhan hasil panen padi di Kabupaten Gowa menunjukkan bahwa setiap tahunnya jumlah hasil panen meningkat. Pertumbuhan ini dapat dilihat pada Tabel 4, dimana pada tahun 2016 hasil panen sebanyak 292538,77435 ton, tahun 2017 sebanyak 303037,13814 ton, tahun 2018 sebanyak 313528,06808 ton, tahun 2019 sebanyak 323985,94869 ton, tahun 2020 sebanyak 334385,48656 ton, dan pada tahun 2021 sebanyak 344701,95307 ton.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriadi, Prihandono, B. & Noviani, E. (2014). *Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linear*. Buletin Ilmiah Mat.Stat dan Terapannya (Bimaster). 03(2); 107-116.
- Asmah, S. (2004). *Solusi Masalah Nilai Awal Secara Numerik dengan Metode Runge-Kutta*. (Skripsi, tidak dipublikasi). Universitas Negeri Makassar. Makassar.
- Djojodihardjo, H. (2000). *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Hanifah, I. N. (2013). *Analisis Model Getaran Pegas Teregang dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton dan Runge-Kutta*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Jember.
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika (Aplikasi dan Terapannya)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kuzairi, Yulianto, T & Safitri, L. (2016). *Aplikasi Metode Adams Bashforth-Moulton (ABM) pada Model Penyakit Kanker*. Jurnal Matematika "MANTIK". 02 (06);14-21.
- Munir, R. (2003). *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.
- Nuraeni, Z. (2017). *Aplikasi Persamaan Diferensial dalam Estimasi Jumlah Populasi*. Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika. 5(1); 9-16.
- Nurman, T. A., & Abdullah, S. (2017). Penerapan Metode Adams-Bashforth-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sulawesi Selatan. Jurnal MSA. 5(1); 87-92.
- Putri, P. P. (2013). *Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill*. (Skripsi, tidak dipublikasi). Fakultas MIPA Universitas Jember. Jember.
- Side, S., Hidri, S., & Jafaruddin, A. (2015). Penyelesaian Persamaan Lotka-Volterra dengan Metode Transformasi Diferensial. Jurnal MSA. 3(1); 1-10.

Uce, Silvy, P., Suhaemi, R., & Kartika, H. (2017). *Aplikasi Metode Eksponensial dan Logistik Dalam Meramalkan Jumlah Penduduk Kabupaten Karawang Pada Tahun 2020*. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SESIOMADIKA). (PP.6-13). Karawang : SESIOMADIKA.