

PROCESS SKILL ERROR: THE MAJORITY STUDENT'S ERROR IN PROBLEM SOLVING OF INTEGRAL CALCULUS

Isnaeni Umi Machromah¹⁾, Mega Eriska Rosaria Purnomo²⁾
^{1,2}Universitas Muhammadiyah Surakarta, Surakarta, Jawa Tengah
E-mail: isnaeniumi@ums.ac.id

ABSTRACT

There is high unpassed value of students in Mathematics Departmen UMS at Integral Calculus lecture. It is predicted that there are so many students have difficulties in Integral Calculus. Data from mid exam at academic year 2016/2017 showed that there are 80,87% from 115 students got score under 63. It is indicated that there are so many students's error in solving integral calculus problems. Integral Calculus is one of basic lecture which is prerequisite of other complex lecture. Knowing the error's position and the factor that caused student's error would help lecturer pay attention in integral calculus learning. Thus, the aim of this research is identifying error's position that are done by students and analyzing causative factor in solving Integral Kalkulus problems. Kind of this research is qualitative description. Technique of collecting data is test and interview. This research uses technique-triangulation for validating data, it is by documentation and interview. Meanwhile, the steps for analyzing data are data reduction, data presentation, and conclusion. The result of this research showed that there is 41,40% error with type process skill error in solving Integral Calculus problems. Besides, types of student's error in solving Integral Calculus problems are transformation error, comprehension error, and reading error. There is no encoding error that found in this research. Causative factors of that student's error are (1) students did not careful in reading the problems, writing mathematics siymbol include symbol of integral, and calculating, (2) low of prerequisite material mastery and concept of basic mathematics, (3) low of undstanding of material and concept of integral, (4) students could not identify the characteristics or types of probles to determine the appropriate technique of integration, and (5) the use of formula which is not appropriate and not suitable with problem's solution.

Keywords: Integral Calculus, Student's Error, Problem Solving

PENDAHULUAN

Kalkulus integral merupakan salah satu mata kuliah wajib yang diajarkan pada mahasiswa semester awal dan merupakan mata kuliah prasyarat untuk mata kuliah selanjutnya yang lebih kompleks, seperti persamaan differensial, kalkulus peubah banyak, dan analisis kompleks. Dengan demikian, penguasaan mahasiswa pada mata kuliah sangat dibutuhkan agar dalam mengikuti mata kuliah yang lebih kompleks, mahasiswa dapat memiliki konsep dasar yang kuat terkait materi integral. Namun, tren yang ada menunjukkan bahwa selalu ada mahasiswa yang harus melakukan revisi untuk mata kuliah kalkulus integral. Salah satu indikasi hal tersebut adalah karena mahasiswa belum menguasai materi kalkulus integral.

Berdasarkan penugasan yang pernah diberikan pada mahasiswa program studi Pendidikan Matematika UMS materi Kalkulus Integral, sebagian mahasiswa

cukup mampu menyelesaikan soal dengan teknik pengintegralan yang tepat. Namun, masih terdapat beberapa mahasiswa yang salah menerapkan konsep dalam mengintegalkan. Misalnya, dalam menentukan $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$, sebagian mahasiswa ada yang menggunakan teknik substitusi sederhana misal $u = x^2 - 9$ sehingga menjadi $\int \sqrt{u} \frac{du}{2x}$, kemudian mahasiswa mengeluarkan variabel x dari operasi integral karena dianggap sebagai konstanta dan yang dilakukan operasi integral adalah variabel u . Bentuk tersebut menjadi $\frac{1}{2x} \int \sqrt{u} du$ dan hasilnya adalah $\frac{1}{2x} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + c = \frac{(x^2 - 9)^{\frac{3}{2}}}{3x} + c$. Hal tersebut menunjukkan kesalahan konsep yang sangat mendasar yang dapat menyebabkan mahasiswa kesulitan menerima materi yang lebih kompleks.

Hasil Ujian Tengah Semester (UTS) semester genap Tahun Akademik 2016/2017 menunjukkan bahwa 80,87% dari 115 mahasiswa pada 3 kelas Kalkulus Integral memperoleh nilai dibawah 63. Hal tersebut menunjukkan masih terdapat banyak kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Kalkulus Integral. Sebagian mahasiswa masih melakukan kesalahan dalam menentukan teknik pengintegralan yang tepat. Misalnya dalam pengintegralan trigonometri dan bentuk eksponensial, mahasiswa melakukan pengintegralan dengan rumus dasar secara langsung tanpa mengubah ke bentuk baku dan tanpa memperhatikan variabel yang tidak bisa diintegalkan secara langsung atau membutuhkan teknik tertentu dalam mengintegalkan.

Kesalahan yang dilakukan mahasiswa secara berulang dan tidak diberitahukan cara yang benar dapat membuat mahasiswa melakukan kesalahan yang sama. Analisis kesalahan merupakan sebuah studi tentang jenis dan kuantitas dari kesalahan yang terjadi secara khusus pada bidang matematika. Analisis kesalahan mahasiswa pada pemecahan masalah matematika penting dilakukan terutama bagi dosen. Pengetahuan dosen tentang analisis kesalahan mahasiswa dalam penyelesaian masalah matematika diharapkan dapat mengurangi masalah. Selain itu, dimulai dari kesalahan-kesalahan mahasiswa, dosen dapat memberikan perhatian khusus terkait kesalahan yang banyak terjadi dan penyebab kesalahan-kesalahan tersebut (Moru, et al, 2014).

Salah satu model analisis kesalahan yang umum digunakan adalah NEA, yaitu Newman's Error Analysis. Newman's error analysis merupakan suatu model yang digunakan dalam menganalisa kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Model Newman telah dibuktikan sebagai model yang reliable bagi guru matematika yang digunakan untuk mengklasifikasikan dan mengkategorikan kesalahan-kesalahan siswa dalam pemecahan masalah matematika, termasuk soal HOTS (high order thinking skill) (Abdullah, Abidin, & Ali, 2015; Prakitipong & Nakamura, 2006; Zakaria, Ibrahim, & Maat, 2010)

Model *Newman's error analysis* memiliki tingkatan jenis kategori berdasarkan pada pemecahan masalah siswa (Abdullah, Abidin, & Ali, 2015). Dalam menganalisis kesulitan siswa atau mahasiswa dengan model Newman didasarkan pada proses pemecahan masalah yang dilakukan siswa. Langkah pemecahan masalah yang dikenal dalam pemecahan masalah matematika adalah langkah Polya. Langkah pemecahan masalah Polya yaitu: (1) memahami masalah, (2) merencanakan penyelesaian, (3) menyelesaikan masalah, (4) menyimpulkan (Polya, 1957). Dalam hal ini, siswa maupun mahasiswa tidak dapat merencanakan penyelesaian masalah jika tidak dapat memahami masalah yang ditanyakan, begitu juga langkah selanjutnya. Dengan demikian, langkah yang dilakukan harus berurutan dari langkah 1 sampai langkah 4. Analisa kesalahan dengan model newman juga berlaku demikian, sehingga kategori kedua tidak berlaku jika siswa atau mahasiswa melakukan kesalahan pada kategori pertama.

Model analisis kesalahan berdasarkan Newman terdiri dari lima jenis, yaitu *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, *process skill error*, dan *encoding error*. Jenis pertama yaitu *reading error* yang diartikan sebagai kesalahan membaca. Kesalahan membaca didefinisikan sebagai kesalahan mahasiswa dalam kemampuan membaca soal yang diberikan dan mengidentifikasi kalimat dan simbol matematika yang digunakan. Jenis kedua adalah *comprehension error* yang diartikan sebagai kesalahan yang muncul pada kemampuan mahasiswa dalam memahami soal matematika yang diberikan. Jenis ketiga yakni *transformation error* di mana kesalahan ini dilihat pada kemampuan mahasiswa dalam memilih metode penyelesaian masalah yang tepat. Jenis keempat yaitu *process skill error* di mana kesalahan ini dilihat pada kemampuan mahasiswa dalam menunjukkan proses matematika secara benar. Jenis terakhir yaitu *encoding error* yang diartikan sebagai kesalahan siswa dalam mengekspresikan atau menuliskan jawaban akhir (Abdullah, Abidin, & Ali, 2015).

Berdasarkan paparan tersebut, kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Kalkulus Integral perlu dianalisis beserta faktor penyebabnya sehingga kesalahan berikutnya dapat diminimalisir dan proses pembelajaran dapat lebih optimal. Dengan demikian tujuan ini adalah mengidentifikasi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kalkulus integral berdasarkan model Newman serta faktor-faktor penyebabnya.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang mendeskripsikan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kalkulus integral. Subjek penelitian ini adalah 6 orang mahasiswa program studi pendidikan matematika UMS semester 2 Tahun Akademik 2016/2017 yang mengambil mata kuliah Kalkulus Integral. Sumber data dalam penelitian ini adalah hasil tes Kalkulus

Integral dan hasil wawancara dengan subjek. Dalam penelitian ini digunakan triangulasi metode untuk memenuhi keabsahan data, yaitu dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara dan menelusuri atau melacak data yang belum jelas sampai tuntas. Teknik analisis data dilakukan dengan pengumpulan data, reduksi, penyajian data, serta penarikan kesimpulan.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Tabel 1 berikut ini merupakan soal tes UTS dengan capaian pembelajaran yang digunakan untuk mendiagnosis kesulitan mahasiswa dalam pemecahan masalah Kalkulus Integral.

Tabel 1. Soal UTS dan Indikator Capaian Pembelajaran

Soal	Indikator Capaian Pembelajaran
1. Tentukan: a. $\int \sin 7x \cos 2x \, dx$ b. $\int \frac{e^{5x}}{\sqrt{e^{4x}-1}} \, dx$	1a. Menyelesaikan integral pada bentuk perkalian sin dan cos 1b. Menyelesaikan integral fungsi eksponen
2. Tentukan: a. $\int x^2 \cos(x+1) \, dx$ b. $\int \frac{dx}{2+\sin x - \cos x}$	2a. Menyelesaikan integral dengan rumus integral parsial 2b. Menyelesaikan integral dengan substitusi $u = \tan \frac{x}{2}$
3. Buktikan bahwa: $\int \sqrt{4-x^2} \, dx = \frac{x}{2} \sqrt{4-x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2} + C$	3. Menyelesaikan integral dengan substitusi trigonometri
4. Hitung $\int \frac{x^2+1}{x^2+4x-5} \, dx$	4. menyelesaikan integral bentuk fungsi rasional pecah

Berdasarkan hasil nilai UTS Kalkulus Integral, dipilih kelas yang memiliki rata-rata nilai paling rendah. Dari keseluruhan kesalahan pada kelas tersebut, diperoleh jenis kesalahan *reading error* sebesar 1,27%, jenis kesalahan *comprehension error* sebanyak 27,39%, jenis kesalahan *transformation error* sebesar 31,85%, dan jenis kesalahan *process skill error* sebesar 41,40%. Mahasiswa pada kelas tersebut dikelompokkan dengan kategori yang memiliki nilai UTS tinggi, sedang, dan rendah. Dari masing-masing kategori tersebut, diambil 2 orang mahasiswa yang memiliki kesalahan paling kompleks. Subjek S1 dan Subjek S2 adalah kelompok tinggi, Subjek S3 dan Subjek S4 adalah kelompok sedang, serta Subjek S5 dan Subjek S6 adalah kelompok rendah. Tabel 2 berikut merupakan temuan kesalahan dalam menyelesaikan soal Kalkulus Integral pada enam subjek penelitian tersebut.

Tabel 2. Temuan Kesalahan Mahasiswa dalam Pemecahan Soal Kalkulus Integral

Subjek	Nomor 1a	Nomor 1b	Nomor 2a	Nomor 2b	Nomor 3	Nomor 4
S1	-	Kesalahan tidak menuliskan simbol integral (Process Skill Error)	Kesalahan menentukan teknik pengeintegralan (Transformation Error)	-	-	Kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal. (Comprehension Error)
S2	-	Tidak menuliskan penggunaan simbol integral dengan tepat. (Comprehension Error)	Kesalahan dalam menerapkan teknik integral yang dipilih (Transformation Error)	Kesalahan dalam memisalkan variabel secara berulang-ulang. (Process Skill Error)	-	-
S3	-	Kesalahan dalam operasi differensial dasar. (Process Skill Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan dan kesalahan konsep dalam mengelurkan variabel dari operasi integral. (Transformation Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan dalam solusi kedua. (Transformation Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan dalam solusi kedua. (Transformation Error)	Kesalahan melakukan perhitungan. (Process Skill Error)

S4	Kesalahan tidak melakukan operasi integral. (Comprehension Error)	Kesalahan dalam membuat permisalan untuk mengubah kalimat matematika. (Comprehension Error)	-	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan pada solusi kedua (Transformation Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan (Transformation Error)	Kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal. (Comprehension Error)
S5	Kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal dengan bentuk yang lain. (Comprehension Error)	Kesalahan menuliskan Soal pada lembar jawab. (Reading Error)	Subjek mengeluarkan variabel dari perhitungan integral. (Comprehension Error)	Kesalahan hitung. (Process Skill Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan (Transformation Error)	Kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal dengan bentuk yang lain. (Comprehension Error)
S6	-	Kesalahan menuliskan soal pada lembar jawab. (Reading Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan. (Transformation Error)	Kesalahan menentukan teknik pengintegralan. (Transformation Error)	-	Kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal. (Comprehension Error)

Berikut merupakan hasil jawaban dan wawancara seluruh subjek serta pembahasan pada masing-masing jenis kesalahan pada pemecahan masalah kalkulus integral.

1. *Reading Error*

Reading error diartikan sebagai kesalahan membaca, yaitu kesalahan yang dilakukan mahasiswa pada saat membaca soal. Singh (2010) mendefinisikan “*A reading error occurred when written words or symbols failed to be recognized by the subject that led to his/her failure to pursue the course of problem-solution*”.

Dengan demikian, kesalahan membaca terjadi ketika mahasiswa tidak mampu membaca kata-kata maupun simbol yang terdapat dalam soal, atau tidak mengetahui apa yang ditanyakan soal, atau tidak dapat membaca pertanyaan secara lengkap. Dalam penelitian ini, kesalahan membaca dapat diidentifikasi dari kesalahan penulisan kalimat matematika pada soal. Letak kesalahan mahasiswa pada tipe *reading error* ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.

$$1 \text{ (b)} \int \frac{e^{2u}}{\sqrt{e^{3u}-1}} du = \int \frac{e^{2u}}{(e^{3u}-1)^{-1/2}} du$$

$$= e^{2u} \cdot e^{1/2} = e^{3/2 u - 1}$$

Gambar 1. Jawaban Subjek S5 no 1b

$$b. \int \frac{e^{3u}}{\sqrt{e^{3u}+1}} du = \int \frac{u}{\sqrt{u+1}} \cdot \frac{1}{3} \frac{du}{u}$$

misal: $u = e^{3u}$

$$= \int \frac{e^{3u}}{\sqrt{e^{3u}+1}} \cdot \frac{1}{3} \frac{3 du}{u}$$

Gambar 2. Jawaban Subjek S6 no 1b

Berdasarkan Gambar 1, Subjek S5 melakukan kesalahan menuliskan kalimat matematika pada soal nomor 1b pada bagian penyebut. Pada soal tertulis $\sqrt{e^{3x}-1}$, tetapi Subjek S5 menuliskan $\sqrt{e^{3x}-1}$. Kedua kalimat matematika tersebut memiliki makna yang berbeda. Diduga bahwa Subjek S5 tidak membaca soal dengan cermat. Berdasarkan hasil wawancara, Subjek S5 baru menyadari bahwa ia melakukan kesalahan dalam menuliskan soal. Subjek S5 tidak menyadari hal tersebut karena ia sering menemukan beberapa soal yang memuat $\sqrt{e^{3x}-1}$, sehingga ia tidak merasa ada yang salah ketika mengerjakan soal tersebut. Subjek S5 juga menyatakan bahwa kesalahan tersebut terjadi karena ia berasumsi bahwa soal tersebut hampir sama dengan beberapa soal yang pernah diselesaikan.

Berdasarkan Gambar 2, Subjek S6 juga melakukan kesalahan membaca pada soal nomor 1b. Kesalahan yang dilakukan Subjek S6 adalah menuliskan operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan. Pada soal bagian penyebut tertulis $\sqrt{e^{3x}-1}$, sedangkan Subjek S6 menuliskan $\sqrt{e^{3x}+1}$. Sedangkan hasil wawancara, Subjek S6 juga baru menyadari kesalahan yang dilakukan pada saat diminta membaca kembali soal pada lembar ujian dan soal yang ditulis pada lembar jawab. Subjek S6 menyatakan bahwa kesalahan tersebut terjadi karena ia kurang cermat dalam menuliskan kembali soal pada lembar jawab.

Berdasarkan paparan tersebut, kesalahan yang dilakukan Subjek S5 adalah kesalahan fatal karena kesalahan menuliskan kalimat matematika $\sqrt{e^{3x}-1}$ menjadi $\sqrt{e^{3x}-1}$ menyebabkan kesalahan memilih teknik pengintegralan untuk permasalahan nomor 1b. Jika teknik pengintegralan yang dipilih salah, maka akibatnya proses penyelesaian dan jawaban akhir dari penyelesaian masalah tersebut juga akan salah. Sedangkan kesalahan terjadi pada Subjek S6 untuk soal nomor 1b bukan kesalahan fatal karena tidak berpengaruh pada penentuan teknik

pengintegralan. Namun, tentu saja kesalahan menuliskan kembali soal akan berpengaruh pada proses penyelesaian. Sehingga, pada Subjek S6, *reading error* yang dilakukan mengakibatkan kesalahan dalam proses menyelesaikan soal dan tentu kesalahan jawaban akhir.

Reading error sangat memungkinkan terjadi pada soal dengan kalimat yang singkat, seperti soal-soal pada Kalkulus Integral. Kesalahan yang mungkin terjadi adalah kesalahan menuliskan kalimat matematika yang berbeda karena asumsi sering menemukan soal yang mirip, serta kesalahan dalam menuliskan operasi seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan yang lainnya, di mana kesalahan tersebut terjadi karena mahasiswa kurang cermat dan kurang teliti dalam membaca kalimat matematika dalam soal. *Reading error* merupakan kesalahan yang nampaknya adalah kecil, tetapi dampaknya sangat besar karena kesalahan membaca mengakibatkan kesalahan menuliskan kembali kalimat matematika pada soal. Karena kesalahan tersebut, mahasiswa akan salah dalam menentukan ide penyelesaian atau teknik pengintegralan yang tepat atau jika kesalahan tersebut hanya kesalahan penulisan operasi akan berdampak pada perhitungan jawaban yang tidak tepat.

2. *Comprehension Error*

Comprehension error merupakan kesalahan memahami masalah. Kesalahan memahami masalah adalah kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa setelah mampu membaca apa yang dinyatakan dalam soal tetapi tidak mengetahui permasalahan apa yang harus diselesaikan. Singh (2010) mendefinisikan “*A comprehension error occurred when the pupil was able to read the question but failed to understand its requirement, thus causing him/her to err in or to fail at attempting problem-solution*”. Lebih lanjut, Csaky, Azabova, & Nasticka (2015) memberikan indikator terkait *comprehension error* yaitu kesalahan karena tidak memahami kata kunci dan kesalahan dalam memilih informasi. Dengan demikian, kesalahan memahami masalah terjadi ketika mahasiswa mampu untuk membaca pertanyaan tetapi gagal untuk mendapatkan apa yang dibutuhkan sehingga menyebabkan kegagalan dalam menyelesaikan masalah.

Berdasarkan hal tersebut, *comprehension error* dapat diidentifikasi dari bagaimana mahasiswa menterjemahkan permasalahan yang diberikan. Lebih khusus dalam penelitian ini, *comprehension error* dapat diidentifikasi dari (1) bagaimana mahasiswa mengubah pernyataan matematika pada soal menjadi bentuk lain yang maknanya sama, atau menjadikan sebagai pernyataan yang lebih sederhana, atau jika pernyataan matematika tersebut terbentuk dari operasi (perkalian, pembagian, penjumlahan, pengurangan, dan lain-lain) dua suku, maka dapat ditentukan bentuk lainnya adalah hasil operasi keduanya., (2) bagaimana mahasiswa memaknai konsep dasar integral, dan (3) bagaimana mahasiswa dapat membaca istilah, (4) bagaimana mahasiswa menerjemahkan maksud dari soal.

Letak *comprehension error* pada mahasiswa ditunjukkan pada lembar jawaban Subjek S2 nomor 1b, Subjek S4 nomor 1b, dan Subjek S6 pada nomor 4 yang nampak pada Gambar 3, Gambar 4, dan Gambar 5.

Handwritten mathematical work for Subjek S2 nomor 1b. The student attempts to solve the integral of $\frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x}-1}} dx$. They use the substitution $u = e^{3x} - 1$, leading to $du = 3e^{3x} dx$. The work shows several steps of manipulation, including rewriting the denominator as $(e^{3x} - 1)^{3/2}$ and then as $(3e^{3x} - 3)^{3/2}$, which is incorrect. The final result is $3e^x (3e^x + C)$.

Gambar 3. Jawaban Subjek S2 nomor 1b

Handwritten mathematical work for Subjek S4. The student attempts to solve the integral of $\frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x}-1}} dx$. They use the substitution $u = e^{3x} - 1$, leading to $du = 3e^{3x} dx$. The work shows the integral being rewritten as the integral of $\frac{1}{u \cdot 3e^{3x}} du$, which is incorrect. The final result is $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3}$.

Gambar 4. Jawaban Subjek S4

Handwritten mathematical work for Subjek S6 nomor 4. The student attempts to solve the integral of $\frac{u^2+1}{u^2+4u-5} du$. They use partial fraction decomposition, writing the integrand as $\frac{A}{u+5} + \frac{B}{u-1}$. The work shows the decomposition and the resulting integral, but the final result is incorrect.

Gambar 3. Jawaban Subjek S6 nomor 4

Berdasarkan Gambar 3, Subjek S2 merubah kalimat matematika pada soal dengan bentuk yang lain, tetapi ia tidak merubah dengan tepat, yaitu salah menentukan turunan dalam permisalan dan tidak menentukan bentuk integral secara lengkap. Hasil wawancara dengan Subjek S2 menunjukkan bahwa Subjek S2 mengalami miss conception antara integral dan turunan, sehingga ia melakukan kesalahan operasi intergal.

Pada Gambar , Subjek S4 mengubah bentuk kalimat matemtika pada soal dengan melakukan permisalan $u = e^{3x} - 1$, maka seharusnya $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x}-1}} dx = \int \frac{e^{3x}}{\sqrt{u} \cdot 3e^{3x}} du$. Namun, Subjek S4 tidak menuliskan u dalam bentuk akar, sehingga hasilnya tidak equivalen dengan soal dan hasil teknik integral yang dipilih juga akan salah. Berdasarkan hasil wawancara, Subjek S4 baru menyadari kesalahan tersebut. Subjek S4 menyatkan bahwa ia tidak telti dalam menuliskan bentuk perubahan tersebut.

Berdasarkan Gambar, Subjek S6 melakukan kesalahan pada saat mengubah soal pada nomor 4. Subjek bermaksud mengubah $\frac{x^2+1}{x^2+4x-5}$ ke bentuk penjumlahan pecahan. Pecahan yang dapat diubah menjadi bentuk penjumlahan pecahan adalah yang merupakan bentuk rasional pecah. Subjek S6 seharusnya mengubah pecahan tersebut pada bentuk rasional pecah terlebih dahulu, kemudian ditentukan bentuk penjumlahan pecahan. Kesalahan tersebut dimungkinkan terjadi karena Subjek S6 kutang paham terhadap konsep rasional pecah. Hasil wawancara juga menunjukkan bahwa Subjek S6 langsung mengubah bentuk pecahan tersebut

karean itu adalah hal yang biasanya dilakukan ketika mngerjakan latihan soal. Lebih lanjut, Subjek S6 kurang memahami syarat penggunaan perubahan bentuk tersebut sehingga ia tidak mengubah menjadi bentuk rasional pecah terlebih dahulu.

Berdasarkan paparan tersebut, Subjek S2 melakukan comprehension error pada saat melakukan perubahan kalimat matematika pada soal dengan bentuk lain yang bernilai sama. Subjek S2 melakukan dengan substitusi, tetapi terdapat kesalahan mendiferensialkan, sehingga bentuk yang dihasilkan tidak bernilai sama dengan kalimat pada soal. Kesalahan tersebut dapat terjadi karena konsep materi prasyarat tidak dikuasi dengan baik. Untuk Subjek S4 juga melakukan comprehension error yang ditunjukkan pada kesalahan mengubah kalimat matematika pada soal. Kesalahan Subjek S4 adalah tidak menuliskan simbol akar, tetapi kesalahan tersebut berdampak pada pemilihan teknik integral serta proses penyelesaian selanjutnya. Kesalahan tersebut terjadi karena ketidaktelitian Subjek S4 dalam prorses pengerjaan soal. Pada Subjek S6, comprehension error juga terjadi pada proses pengubahan kalimat matematika pada soal. Subjek S6 melakukan kesalhan mengubah bentuk pecahan biasa menjadi bentuk penjumlahan pecahan. Kesalahan tersebut terjadi karena Subjek S6 tidak memahami konsep bentuk rasional pecah.

Comprehesion error sangat mungkin terjadi pada penyelesaian masalah kalkulus integral. Dalam hal ini, comprehension error terjadi pada saat mahasiswa melakukan perubahan bentuk kalimat matematika pada soal agar menjadi bentuk yang lebih sederhana dan dapat diintegalkan dengan mudah. Namun, proses mengubah tersebut banyak terjadi kesalahan disebabkan oleh beberapa hal, antara lain: (1) mahasiswa tidak menguasai pengetahuan prasyarat, (2) ketidaktelitian dalam menuliskan simbol matematika, dan (3) mahasiswa kurang menguasai konsep matematika dasar, salah satunya adalah konsep tentang bentuk rasional pecah.

3. *Transformation Error*

Transformation error diartikan sebagai kesalahan transformasi. Kesalahan transformasi merupakan sebuah kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menentukan solusi utama dalam permasalahan atau mahasiswa tidak mampu membuat perencanaan penyelesaian setelah mahasiswa memahai maksud dari permasalahan sebelumnya. Berdasarkan Singh (2010) "*A transformation error occurred when the pupil had correctly comprehended a question's requirement but failed to identify the proper mathematical operation or sequence of operation to successfully pursue the course of problem-solution*". Dengan demikian, kesalahan transformasi merupakan sebuah kesalahan yang terjadi ketika mahasiswa telah benar memahami pertanyaan atau permasalahan dari soal yang diberikan, tetapi gagal untuk mengubah informasi dalam soal ke simbol matematika, operasi, maupun kalimat matematika dengan benar.

Menurut Csaky, Azabova, & Nasticka (2015), letak kesalahan *transformation error* biasanya adalah *procedural tendency*, yaitu kecenderungan siswa menggunakan prosedur seperti biasa tanpa menganalisis terlebih dahulu terkait kebutuhannya. kesalahan konsep, dan menganggap grafik sebagai gambar. Dalam penelitian ini, *transformation error* dapat diidentifikasi melalui: (1) mahasiswa tidak mampu memilih pendekatan yang tepat, (2) mahasiswa salah menentukan teknik pengintegralan yang tepat sesuai dengan permasalahan yang diberikan, dan (3) mahasiswa gagal memahami konsep integral sebagai langkah utama dalam penyelesaian masalah yang dilakukan. Letak kesalahan *transformation error* pada penelitian ini ditunjukkan pada Gambar 6, Gambar 7, dan Gambar 8 berikut yang menunjukkan kesalahan Subjek S2 pada nomor 2a, kesalahan Subjek S3 pada nomor 2b, dan kesalahan Subjek S6 pada nomor 3.

a) $\int x^2 \cos(x+1) dx$
 Misal: $u = \cos(x+1)$ $du = \sin(x+1)$
 $du = \sin(x+1)$
 $= u du = \int u du$
 $= \cos(x+1) - \frac{1}{3} x^3 = \int \frac{1}{3} x^3 \sin(x+1)$
 $= \frac{1}{3} x^3 \cos(x+1) + \frac{1}{12} x^4 \cos(x+1)$

Gambar 6. Jawaban Subjek S2 nomor 2a

2.1b) $\int \frac{dx}{2 + \sin x - \cos x}$
 misal $u = \tan x$
 $\sin x = \frac{2u}{1+u^2}$ $\cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}$
 $dx = \frac{2}{1+u^2} du$
 Sub:
 $= \int \frac{2}{2 + \left(\frac{2u}{1+u^2}\right) - \left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right)} du$
 $= \int \frac{2}{2 + 2u^2 + 2u - 1 + u^2} du$
 $= \int \frac{2}{3u^2 + 2u + 1} du$
 $= 2 \int \frac{1}{3u^2 + 2u + 1} du$
 $= 2 \left(\int \frac{1}{3u^2} du + \int \frac{1}{2u} du + \int \frac{1}{1} du \right)$

3. $\int \sqrt{4-z^2} dz$
 misal $u = 4 - z^2$ $z = \sin \alpha$
 $du = -2z dz$
 $du = dz$
 $-2z$
 $\int \sqrt{4-z^2} dz = \int u^{1/2} du$
 $= \frac{1}{2} u^{1/2} \sin \alpha + \int \frac{2z}{\sin \alpha} d\alpha$
 $= \frac{1}{2} u^{1/2} \sin \alpha + 2 \arcsin \frac{z}{2} + C$
 $= \frac{1}{2} \sqrt{4-z^2} \cdot z + 2 \arcsin \frac{z}{2} + C //$

Gambar 7. Jawaban Subjek S3 nomor 2b Gambar 8. Jawaban Subjek S6 nomor 3

Berdasarkan Gambar 6, Subjek S2 melakukan kesalahan pada nomor 2a. Untuk soal $\int x^2 \cos(x+1) dx$ Subjek S2 telah memilih teknik pengintegralan

yang tepat, yaitu menggunakan integral parsial $\int u \, dv = uv - \int v \, du$. Namun, Subjek S6 tidak menentukan pengganti variabel u dan dv dengan tepat. Subjek S6 memisalkan $u = \cos(x+1)$ dan $dv = x^2$. Pada langkah penyelesaian selanjutnya diperoleh $\cos(x+1) \cdot \frac{1}{3}x^3 + \int \frac{1}{3}x^3 \cdot \sin(x+1) \, dx$, dimana suku x^3 akan berulang terus dengan pangkat yang lebih tinggi, sehingga soal tersebut tidak dapat terselesaikan. Berdasarkan hasil wawancara, Subjek S2 menyatakan bahwa ia merasa bingung untuk menentukan pengganti variabel u dan dv . Subjek S2 mengatakan bahwa hasil penyelesaiannya akan sama jika pengganti variabel u dan dv saling ditukar. Ketika memilih permisalan tersebut, Subjek S2 merasa dapat menyelesaikan sampai penyelesaian terakhir. Jika diperhatikan, proses perhitungan $\int \frac{1}{3}x^3 \cdot \sin(x+1)$ salah karena seharusnya menggunakan teknik integral parsial kembali.

Berdasarkan Gambar 7, pada ide awal penyelesaian, Subjek S3 telah memilih teknik pengintegralan yang tepat yaitu substitusi bentuk trigonometri. Kemudian, Subjek S3 telah melakukan proses perhitungan dengan tepat dan hasilnya adalah $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} \, dx$ bukan bentuk dasar integral, sehingga Subjek S3 harus menentukan teknik pengintegralan yang tepat untuk menyelesaikan bentuk tersebut. Namun, Subjek S3 menyelesaikan bentuk kalimat matematika tersebut dengan cara yang tidak tepat. Hasil wawancara dengan Subjek S3, ia ragu-ragu apakah $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} \, du$ dapat menjadi $2 \left(\int \frac{1}{3u^2} \, du + \int \frac{1}{2u} \, du + \int \frac{1}{1} \, du \right)$. Setelah berpikir sejenak dan diberikan pertanyaan apakah bentuk pecahan dapat diubah seperti itu, Subjek S3 mengatakan bahwa hal itu tidak boleh, berarti mengubah bentuk integral tersebut juga tidak bermakna sama. Subjek S3 menyelesaikan dengan cara tersebut karena ia tidak dapat menentukan teknik pengintegralan yang tepat.

Sedangkan Subjek S6 melakukan kesalahan pada nomor 3, yaitu Subjek S6 tidak memilih teknik pengintegralan dengan tepat. Pada Gambar 8 tersebut, Subjek S6 menyelesaikan $\int \sqrt{4-x^2} \, dx$ dengan cara substitusi $u = x^2$, tetapi pada penyelesaian selanjutnya menjadi $\int \sqrt{4-u} \frac{du}{2x}$ dimana suku $2x$ tidak dapat dikeluarkan dari operasi integral, sehingga teknik pengintegralan yang dipilih tidak dapat menyelesaikan soal. Pada soal tersebut, teknik pengintegralan yang dipilih yaitu substitusi $\frac{x}{2} = \sin \alpha$. Hasil wawancara menunjukkan bahwa Subjek S6 merasa bingung menentukan teknik pengintegralan yang tepat. Pada beberapa soal yang ia temui, soal-soal sejenis nomor 3 tersebut dapat diselesaikan dengan substitusi sederhana. Soal yang dimaksud Subjek S6 adalah bentuk soal seperti $\int x\sqrt{4-x^2} \, dx$, dimana soal tersebut tepat jika diselesaikan dengan substitusi sederhana. Namun, Subjek S6 juga ingat bahwa ada soal bentuk seperti no 3 diselesaikan dengan substitusi yang berkaitan dengan $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, dan $\sec \alpha$. Subjek S6 tidak mengingat secara jelas bagaimana proses penyelesaian dengan

substitusi trigonometri tersebut. Hal tersebut terlihat pada Gambar X, penyelesaian baris ke 3 dari bawah, tiba-tiba Subjek memunculkan nilai $\sin \alpha$.

Berdasarkan paparan lembar jawab dan wawancara pada subjek tersebut, *transfromation error* yang dilakukan Subjek S2 adalah pada penerapan teknik integral yang telah dipilih. Subjek S2 melakukan kesalahan karena tidak memahami konsep secara keseluruhan dalam penggunaan integral parsial, sehingga Subjek S2 tidak terlalu mempertimbangkan lebih dalam penentuan variabel u dan du untuk penyelesaian menggunakan rumus integral parsial. Sedangkan untuk Subjek S3, *transformation error* dilakukan pada menentukan teknik pengintegralan yang tepat. Kesalahan tersebut terjadi karena adanya kesalahan konsep dasar matematika yang dilakukan Subjek S3. Untuk Subjek S6, *transformation error* terjadi pada nomor 3, yaitu kesalahan pemilihan teknik integral sebagai ide utama menyelesaikan soal. Subjek S6 melakukan kesalahan tersebut karena beberapa kali menemui soal sejenis yang teknik penyelesaiannya adalah substitusi dasar, sedangkan karakter soal yang dimaksud berbeda dengan soal pada 3, serta subjek S6 juga sedikit mengingat bahwa soal sejenis nomor 3 diselesaikan dengan substitusi $\sin \alpha$. Dengan demikian, disimpulkan bahwa Subjek S6 belum dapat menentukan karakteristik atau jenis soal tertentu sehingga akan bingung dalam menentukan teknik integral yang sesuai.

Pada penyelesaian soal kalkulus intergral, *transformation error* terjadi ketika mahasiswa tidak dapat menentukan teknik pengintegralan yang tepat atau mahasiswa dapat menentukan teknik pengintegralan yang tepat tetapi tidak dapat menentukan penerapannya secara tepat. Penyebab terjadinya *transformation error* pada penyelesaian soal kalkulus intergral, yaitu (1) mahasiswa belum dapat mengidentifikasi karakteristik ataupun jenis soal sehingga tidak dapat menentukan teknik integral yang tepat, (2) konsep dasar matematika yang tidak terlalu dalam, seperti mengubah bentuk pecahan rasional atau mengubah bentuk kuadrat sempurna, menyebabkan kesalahan menentukan teknik integral, (3) adanya pemahaman konsep yang tidak sempurna menyebabkan mahasiswa meakukan kesalahan dalam menerapkan suatu teknik integral.

4. *Process Skill Error*

Process skill error diartikan sebagai kesalahan dalam kemampuan memproses. Yang dimaksud dengan kesalahan kemampuan memproses yaitu kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menerapkan langkah-langkah perhitungan dengan benar ketika menerapkan suatu prosedur atau algoritma. Singh (2010) memaparkan “*A process skill error occurred when, although the correct operation (or sequence of operations) to be used to pursue problem solution*”. Dengan demikian, kesalahan masih tetap bisa terjadi meskipun mahasiswa telah selesai menemukan ide penyelesaian permasalahan matematika, misalnya mahasiswa salah menuliskan apa yang dimaksudkan. Berdasarkan hal

tersebut, *process skill error* yang dimaksud adalah kesalahan yang terjadi dalam menerapkan ide penyelesaian, termasuk kesalahan menulis.

Csaky, Azabova, & Nasticka (2015) mengidentifikasi *process skill error* terjadi pada kesalahan aljabar, kesalahan aritmatika, kesalahan dalam interpretasi grafik, penggunaan skala yang tidak tepat, kesalahan pengukuran dan perhitungan, serta jawaban yang tidak terselesaikan. Dalam penelitian ini, *process skill error* diidentifikasi berdasarkan beberapa hal yang lebih khusus pada penyelesaian masalah kalkulus integral, yaitu: (1) mahasiswa telah memilih pendekatan yang tepat, tetapi tidak dapat melakukan prosedur penyelesaian dengan benar, (2) kesalahan dalam menerapkan konsep integral yang mendasar, (3) kesalahan dalam perhitungan, (4) kesalahan dalam operasi aljabar, (5) kesalahan dalam menggunakan variabel, serta (6) kesalahan dalam melakukan manipulasi aljabar. Letak *process skill error* ditunjukkan pada Gambar 9 yakni jawaban S1 nomor 1b, Gambar 10 yaitu jawaban Subjek S2 nomor 2b, dan Gambar 11 adalah jawaban Subjek S5 nomor 2a.

Handwritten student work for Gambar 9. The problem is $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x}-1}} dx$. The student's solution shows several errors:

- Line 1: $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x}-1}} dx$ (correct)
- Line 2: $\int \frac{e^{3x}}{u^2} \cdot \frac{du}{3e^{3x}}$ (error: denominator should be u , not u^2)
- Line 3: $\frac{1}{3} \int \frac{du}{u^2}$ (error: should be $\frac{1}{3} \int \frac{du}{u}$)
- Line 4: $\frac{1}{3} u^{-1/2} + C$ (error: should be $\frac{1}{3} u^{1/2} + C$)
- Line 5: $\frac{1}{3} (e^{3x}-1)^{-1/2} + C$ (error: should be $(e^{3x}-1)^{1/2}$)

Handwritten student work for Gambar 10. The problem is $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} du$. The student's solution shows several errors:

- Line 1: $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} du$ (correct)
- Line 2: "Dimana:" (correct)
- Line 3: $3u^2+2u+1 = a(x+b)^2 + D$ (error: should be $3u^2+2u+1 = a(u+b)^2 + D$)
- Line 4: $3u^2+2u+1 = \frac{a}{20} - \frac{4a}{5} + \frac{4a}{5} - \frac{4a}{5}$ (error: should be $3u^2+2u+1 = \frac{a}{20} - \frac{4a}{5} + \frac{4a}{5} - \frac{4a}{5}$)
- Line 5: $= 3(x+\frac{2}{3})^2 + \frac{-8}{3}$ (error: should be $= 3(u+\frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$)
- Line 6: $= 3(x+\frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$ (error: should be $= 3(u+\frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$)
- Line 7: $= (3x+1)^2 + \frac{2}{3}$ (error: should be $= (3u+1)^2 + \frac{2}{3}$)
- Line 8: "Maka: $u = (3x+1)$ " (error: should be $u = (3u+1)$)
- Line 9: $3u^2+2u+1 = u + (x+1)$ (error: should be $3u^2+2u+1 = u + (u+1)$)

Gambar 9. Jawaban Subjek S1 nomor 1b Gambar 10. Jawaban Subjek S1 nomor 2b

Handwritten student work for Gambar 11. The problem is $\int \frac{dx}{2+\sin x - \cos x}$. The student's solution shows several errors:

- Line 1: $\int \frac{dx}{2+\sin x - \cos x}$ (correct)
- Line 2: $\frac{2+\sin x - \cos x}{2+\sin x - \cos x} = \frac{2+2u}{1+u^2} = \frac{1-u^2}{1+u^2}$ (error: should be $\frac{2+2u}{1+u^2} = \frac{1-u^2}{1+u^2}$)
- Line 3: $\frac{1-u^2}{1+u^2}$ (error: should be $\frac{1-u^2}{1+u^2}$)
- Line 4: $\frac{1-u^2}{1+u^2} = \frac{2+2u^3+2u-1-u^2}{1+u^2}$ (error: should be $\frac{1-u^2}{1+u^2} = \frac{2+2u^3+2u-1-u^2}{1+u^2}$)
- Line 5: $\frac{1-u^2}{1+u^2} = \frac{2+2u^3+2u-1-u^2}{1+u^2}$ (error: should be $\frac{1-u^2}{1+u^2} = \frac{2+2u^3+2u-1-u^2}{1+u^2}$)

Gambar 11. Jawaban Subjek S5 nomor 2b

Berdasarkan Gambar 9, Subjek S1 melakukan kesalahan mengintegralkan bentuk yang sederhana. Subjek S1 melakukan salah perhitungan pada baris 4 atau proses penyelesaian pada baris 3 ke baris 4 tidak dilakukan operasi integral karena Subjek S1 hanya mengubah u^2 pada penyebut menjadi pembilang $u^{\frac{1}{2}}$. Berdasarkan hasil wawancara, Subjek S1 bermaksud menuliskan bentuk lain $\frac{1}{u^{\frac{1}{2}}}$.

menjadi bentuk $u^{-\frac{1}{2}}$ terlebih dahulu kemudian mengintegalkan $u^{-\frac{1}{2}}$. Namun, Subjek S1 tidak menuliskan simbol integral, sehingga ia tidak melakukan operasi integral. Dengan demikian, *process skill error* pada Subjek S1 bukan karena salah menghitung atau tidak bisa menghitung integral bentuk dasar, tetapi karena adanya simbol yang tidak dituliskan kembali sehingga proses penyelesaiannya belum selesai. Kesalahan tersebut disebabkan ketidaktelitian Subjek S1 dalam proses penyelesaian masalah.

Gambar 10 menunjukkan jawaban Subjek S2 nomor 2b pada bagian penyelesaian kedua. Subjek S2 dapat menentukan teknik integral yang tepat untuk soal nomor 2b dan telah melakukan perhitungan sehingga diperoleh $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} du$. Kemudian Subjek S2 juga memilih teknik integral yang tepat untuk menyelesaikan bentuk tersebut sampai pada perhitungan $(3x+1)^2 + \frac{2}{3}$. Dalam menentukan penyelesaian selanjutnya, subjek melakukan permisalan tetapi kemudian tidak diselesaikan. Berdasarkan jawaban tersebut, dapat dianalisis bahwa Subjek mengalami kebingungan dalam penggunaan variabel yang berulang-ulang. Pada soal nomor 2b, variabel yang digunakan adalah x , kemudian Subjek S2 melakukan manipulasi aljabar sehingga diperoleh bentuk integral dengan variabel u , yaitu $\int \frac{2}{3u^2+2u+1} du$, kemudian Subjek S2 kembali menggunakan variabel x dan u lagi. Berdasarkan hal tersebut, dapat diidentifikasi bahwa kesalahan yang dilakukan Subjek S2 karena penggunaan variabel yang sama secara berulang-ulang. Berdasarkan hasil wawancara, Subjek S2 menyatakan bahwa ia tidak menyelesaikan soal nomor 2b sampai penyelesaian akhir karena bingung dengan variabel-variabel x dan u yang ditulis. Dalam proses penyelesaian kedua, Subjek S2 menuliskan $3u^2 + 2u + 1 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{D}{-4a}$ karena rumus yang diajarkan di kelas menggunakan variabel x , sehingga Subjek S2 tidak mengubah variabel pada rumus. Akan tetapi Subjek tidak cermat sehingga terus menggunakan variabel x pada penyelesaian tersebut. Dengan demikian, Subjek S2 melakukan *process skill error* pada penggunaan variabel atau proses manipulasi aljabar. Kesalahan tersebut dilakukan karena penggunaan variabel yang sama secara berulang-ulang dan penggunaan rumus yang persis sama diajarkan tanpa mengubah variabel sesuai dengan penyelesaian.

Berdasarkan Gambar 11, Subjek S5 telah menentukan teknik pengintegralan yang tepat dan telah disubstitusi dengan tepat. Namun, Subjek S5 melakukan kesalahan operasi pengurangan, sehingga mengakibatkan proses penyelesaian yang dilakukan selanjutnya salah. Hasil wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 baru menyadari kesalahan hitung tersebut dan hal tersebut menunjukkan jika Subjek S5 kurang teliti dalam melakukan proses perhitungan. Subjek S5 melakukan *process skill error* pada operasi pengurangan yang disebabkan ketidaktelitian saat proses mengerjakan.

Berdasarkan paparan tersebut, *process skill error* yang dilakukan Subjek S1 yaitu tidak menuliskan simbol integral sehingga proses selanjutnya tidak dilakukan operasi integral. Kesalahan tersebut disebabkan ketidaktelitian Subjek S1 dalam proses penyelesaian masalah. Sedangkan Subjek S2 melakukan *process skill error* pada manipulasi aljabar, yaitu penggunaan variabel yang sama secara berulang-ulang. Kesalahan tersebut terjadi karena penggunaan rumus yang sama persis dengan yang diajarkan tanpa mengubah variabel sesuai dengan penyelesaian. Subjek S5 melakukan *process skill error* pada operasi pengurangan yang disebabkan ketidaktelitian saat proses mengerjakan.

Dengan demikian, pada penyelesaian soal kalkulus integral, *process skill error* terjadi pada kesalahan tidak menuliskan simbol integral, manipulasi aljabar dan penggunaan variabel yang sama secara berulang, serta kesalahan operasi hitung. Penyebab *process skill error* yaitu ketidaktelitian mahasiswa baik dalam penggunaan simbol maupun dalam operasi hitung, serta penggunaan rumus yang sama seperti yang telah diajarkan di kelas atau dipelajari di buku tanpa menganalisa atau menyesuaikan rumus dengan penyelesaian masalah yang dilakukan.

5. *Encoding Error*

Encoding Error diartikan sebagai kesalahan penulisan. Kesalahan penulisan merupakan kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa karena tidak dapat menuliskan jawaban yang benar. Pada tahap ini mahasiswa telah mampu menyelesaikan soal, tetapi ada sedikit kekurangan yang menyebabkan berubahnya makna jawaban yang ditulis. Berdasarkan Singh (2010), "*An encoding error occurred when, despite having appropriately and correctly solved a mathematical task, the pupil failed to provide an acceptable written form of the answer*". Dengan demikian, suatu kesalahan masih tetap bisa terjadi meskipun telah selesai memecahkan masalah matematika, yaitu mahasiswa salah menuliskan apa yang dimaksud dalam soal yang diberikan.

Berdasarkan Csaky, Azabova, & Nasticka (2015), *Encoding error* terjadi pada mahasiswa yang tidak dapat menginterpretasikan dengan tepat jawaban dari perhitungan matematika ke jawaban masalah yang ditanyakan pada soal atau *real world*. Hal tersebut menunjukkan bahwa jenis soal yang sering digunakan untuk mengidentifikasi *encoding error* adalah jenis soal cerita. *Encoding error* dapat diidentifikasi berdasar pada kesalahan saat menginterpretasikan jawaban sesuai dengan masalah yang ditanyakan pada soal dan kesalahan dalam menuliskan satuan.

Dalam penelitian ini tidak ditemukan *encoding error*. Hal tersebut mungkin terjadi karena beberapa hal, antara lain: (1) jenis soal penyelesaian masalah kalkulus integral yang diberikan tidak dalam bentuk soal cerita, sehingga mahasiswa tidak dituntut menginterpretasikan jawaban sesuai dengan masalah, (2) dalam penelitian ini, materi penelitian dibatasi pada bentuk integral tak tentu dan

tidak mencakup aplikasi integral, sehingga jawaban akhir proses penyelesaian soal tidak membutuhkan nilai satuan, serta (3) jawaban akhir diperoleh secara langsung dari akhir proses penyelesaian, sehingga jika terdapat kesalahan pada jawaban akhir kemungkinan besar kesalahan tersebut berasal dari proses perhitungan sebelumnya.

Berdasarkan paparan seluruh jenis kesalahan berdasarkan model Newman, pada penelitian ini, baik mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, maupun rendah tidak ada yang melakukan kesalahan penulisan jawaban akhir (*encoding error*). Mahasiswa pada kelompok tinggi dan sedang melakukan kesalahan pada kategori *comprehension error*, *transformation error*, dan *process skill error*. Akan tetapi, mahasiswa pada kelompok tinggi melakukan kesalahan yang relatif ringan dari pada mahasiswa yang berkemampuan sedang. Selain itu, kesalahan yang dilakukan pada mahasiswa yang berkemampuan tinggi terletak pada proses penyelesaian yang lebih kompleks. Misalnya, dalam menyelesaikan soal integral seperti pada nomor 2, mahasiswa harus menentukan tiga teknik pengintegralan secara bertahap karena jawaban akhir diperoleh melalui tiga tahap tersebut. Pada mahasiswa kelompok tinggi, kesalahan yang dilakukan terletak pada proses penyelesaian kedua dan seterusnya, tetapi mahasiswa pada kelompok sedang dan rendah banyak yang melakukan kesalahan pada awal proses penyelesaian.

Mahasiswa pada kelompok rendah melakukan kesalahan pada kategori yang lebih bervariasi dari mahasiswa yang berkemampuan tinggi dan sedang. Mahasiswa pada kelompok rendah melakukan empat kategori kesalahan yaitu *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, dan *process skill error*. Kesalahan *reading error* menyebabkan mahasiswa melakukan proses penyelesaian yang salah secara keseluruhan. Sehingga tidak dapat diidentifikasi kemampuan atau pemahaman mahasiswa dalam penyelesaian masalah tersebut.

Terdapat beberapa penyebab mahasiswa melakukan kesalahan dalam penyelesaian masalah pada kalkulus integral, diantaranya (1) ketidaktelitian mahasiswa baik dalam membaca soal, menuliskan simbol matematika termasuk simbol integral, dan operasi hitung, (2) rendahnya penguasaan materi prasyarat dan konsep matematika dasar, (3) pemahaman materi dan konsep integral yang tidak sempurna, (4) mahasiswa kurang mampu mengidentifikasi karakter atau jenis soal untuk menentukan teknik integral yang tepat, dan (5) penggunaan rumus yang tidak disesuaikan dengan penyelesaian soal.

Penyebab kesalahan dalam penyelesaian masalah pada kalkulus integral tersebut didukung dengan penelitian Ming, et al (2017) terkait kesalahan penyelesaian soal Kalkulus pada materi deret Fourier. Berdasarkan Ming, et al (2017), pola kesalahan pada kalkulus materi deret Fourier adalah mahasiswa tidak dapat menggambar grafik dengan benar, mahasiswa mengalami masalah dalam mentransformasikan informasi pada grafik menjadi persamaan umum suatu fungsi, dan mereka tidak mengaplikasikan metode atau teknik pengintegralan

dengan tepat. kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam penyelesaian masalah soal kalkulus tersebut diindikasikan karena mahasiswa masih lemah dalam aljabar, fungsi, dan kalkulus dasar.

Selain itu, hasil penelitian Muzangwa & Chifamba (2012), terdapat beberapa kesalahan dan *misconceptions* yang dilakukan mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus. Penyebab kesalahan tersebut antara lain karena mahasiswa lemah dalam konsep matematika dasar seperti aljabar, limit, serta dasar diferensial dan integral. Selain itu, mahasiswa juga mengalami kesulitan dalam menganalisis konsep dan mahasiswa sangat rendah dalam memahami konsep dasar kalkulus.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Pada penyelesaian masalah soal kalkulus integral, jenis kesalahan yang ditemukan yaitu *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, serta *process skill error*. Dalam penelitian ini tidak ditemukan *encoding error* karena jawaban akhir diperoleh secara langsung dari akhir proses penyelesaian, sehingga jika terdapat kesalahan pada jawaban akhir kemungkinan besar kesalahan tersebut berasal dari proses perhitungan sebelumnya.

Reading error terjadi pada kesalahan menuliskan kalimat matematika sesuai dengan soal. Penyebab *reading error* tersebut karena tidak teliti dalam membaca soal dan adanya asumsi soal yang mirip dengan latihan soal yang pernah dikerjakan. *Comprehension error* terjadi pada saat mahasiswa melakukan perubahan bentuk kalimat matematika pada soal agar menjadi bentuk yang lebih sederhana dan dapat diintegrasikan dengan mudah. Penyebab *comprehension error* tersebut adalah (1) mahasiswa tidak menguasai pengetahuan prasyarat, (2) ketidaktelitian dalam menuliskan simbol matematika, dan (3) mahasiswa kurang menguasai konsep matematika dasar. *Transformation error* terjadi ketika mahasiswa tidak dapat menentukan teknik pengintegralan yang tepat atau mahasiswa dapat menentukan teknik pengintegralan yang tepat tetapi tidak dapat menentukan penerapannya secara tepat. Penyebab *transformation error* tersebut yaitu (1) mahasiswa belum dapat mengidentifikasi karakteristik ataupun jenis soal sehingga tidak dapat menentukan teknik integral yang tepat, (2) rendahnya penguasaan konsep matematika dasar, dan (3) adanya pemahaman konsep integral yang tidak sempurna menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan dalam menerapkan suatu teknik integral. *Process skill error* terjadi pada kesalahan tidak menuliskan simbol integral, manipulasi aljabar dan penggunaan variabel yang sama secara berulang, serta kesalahan operasi hitung. Penyebab *process skill error* tersebut yaitu ketidaktelitian mahasiswa baik dalam penggunaan simbol maupun dalam operasi hitung, serta penggunaan rumus yang sama seperti yang telah diajarkan di kelas atau dipelajari di buku tanpa menganalisa atau menyesuaikan rumus dengan penyelesaian masalah yang dilakukan.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, A.H., Abidin, N. L. Z., & Ali, M. 2015. Analysis of Students' Errors in Solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) Problems for the Topic of Fraction. *Asian Social Science*; Vol. 11, No. 21; 2015.
- Csaky, A., Azabova, E., & Nasticka, Z. 2015. Analysis of Errors in Student Solutions of Context-Based Mathematical Tasks. *Acta Mathematica Nitriensia* Vol. 1, No. 1, p. 68 –75
- Junaedi, I. 2012. Tipe Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Geometri Analitik Berdasar Newman's Error Analysis (NEA). *Jurnal Kreano* Volume 3 Nomor 2, Desember 2012.
- Ming, C.Y., et al. 2017. Undergraduates' Error Patterns and Misconceptions in Further Differential Equations. *International Academic Research Journal of Social Science* 3(1) 2017 Page 65-70.
- Moru, E.K., Qhobela, M., Poka, W., & Nchejane, J. 2014. Teacher knowledge of error analysis in differential calculus. *Pythagoras*, 35(2), Art. #263, 10 pages. <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v35i2.263>
- Muzangwa, J and Chifamba, P. 2012. Analysis of Errors and Misconceptions in The Learning of Calculus by Undergraduate Students. *Acta Didacta Napocensia Volume 5 Number 2*.
- Polya, G. 1957. *How to Solve it*. USA: Princenton University Press.
- Prakitipong, N., & Nakamura, S. 2006. Analysis of Mathematics Performance of Grade Five Students in Thailand Using Newman Procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, Vol.9, No.1, (2006) pp.111- 122.
- Singh, P., Rahman, A. A., & Hoon, T. S. (2010). The newman procedure fr analyzing four pupils errors on written mathematical tasks: A malaysian perspective. *Procedia Sosial and Behavioral Sciences*, 8, 264-271.
- Zakaria, E., Ibrahim, Maat, S.M. 2010. Analysis of Students' Error in Learning of Quadratic Equations. *International Education Studies* Vol. 3, No. 3; August 2010